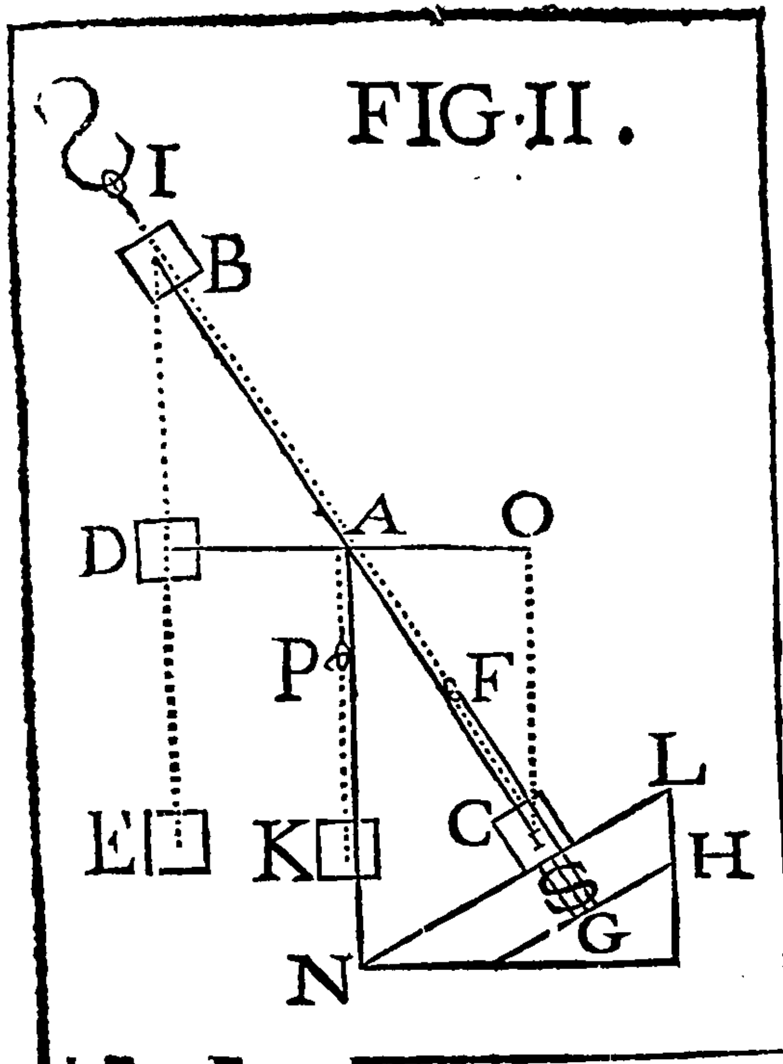
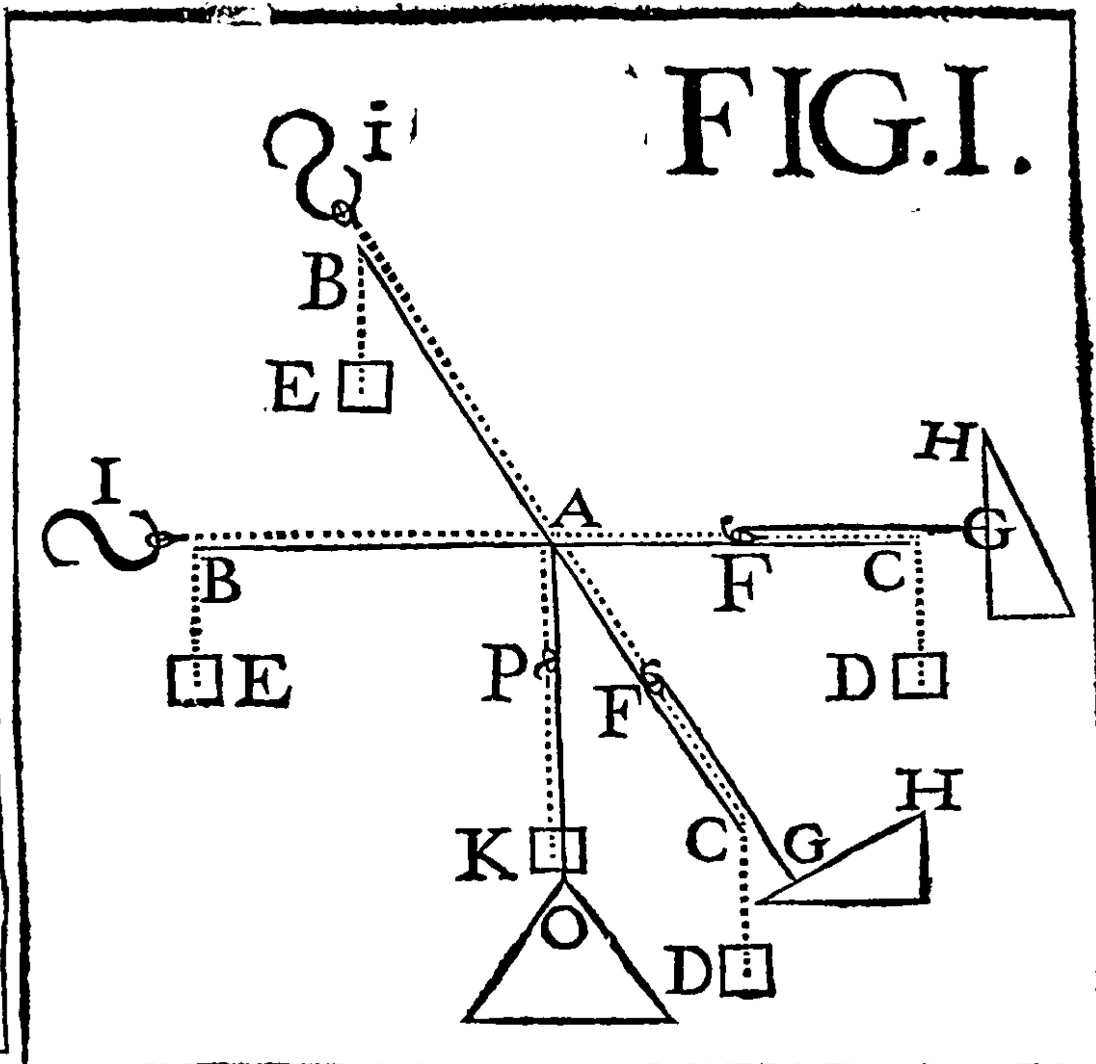
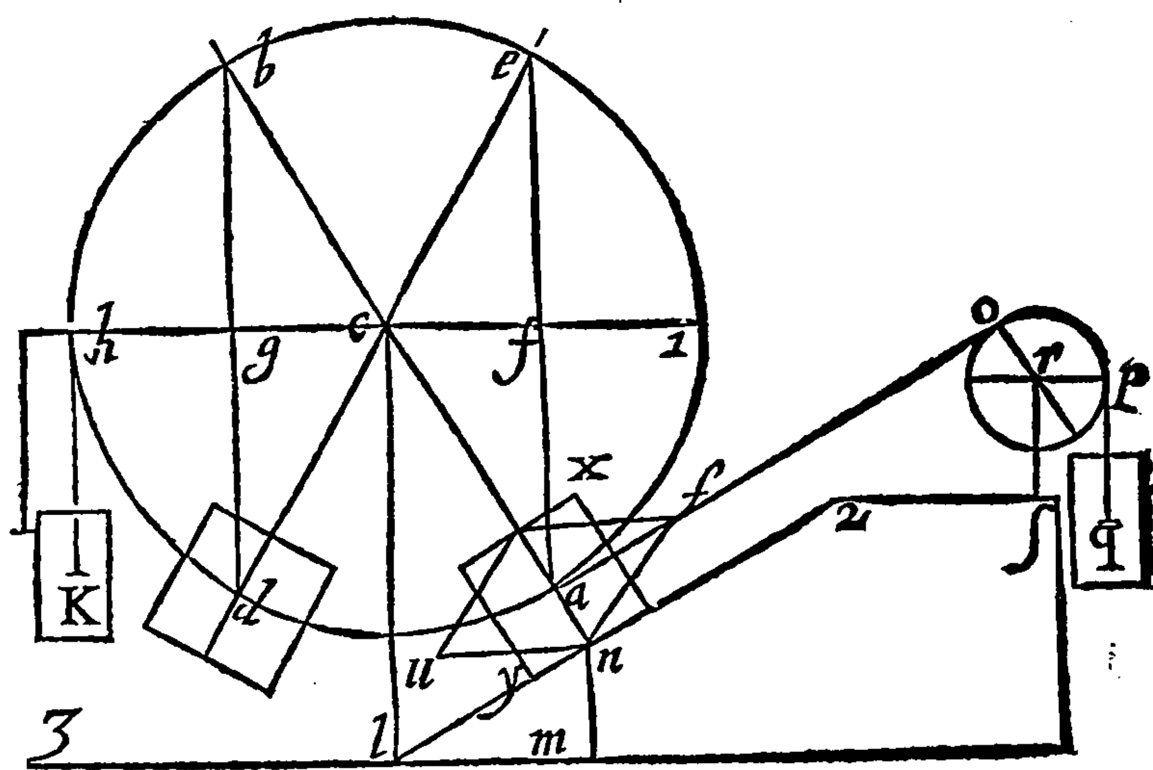
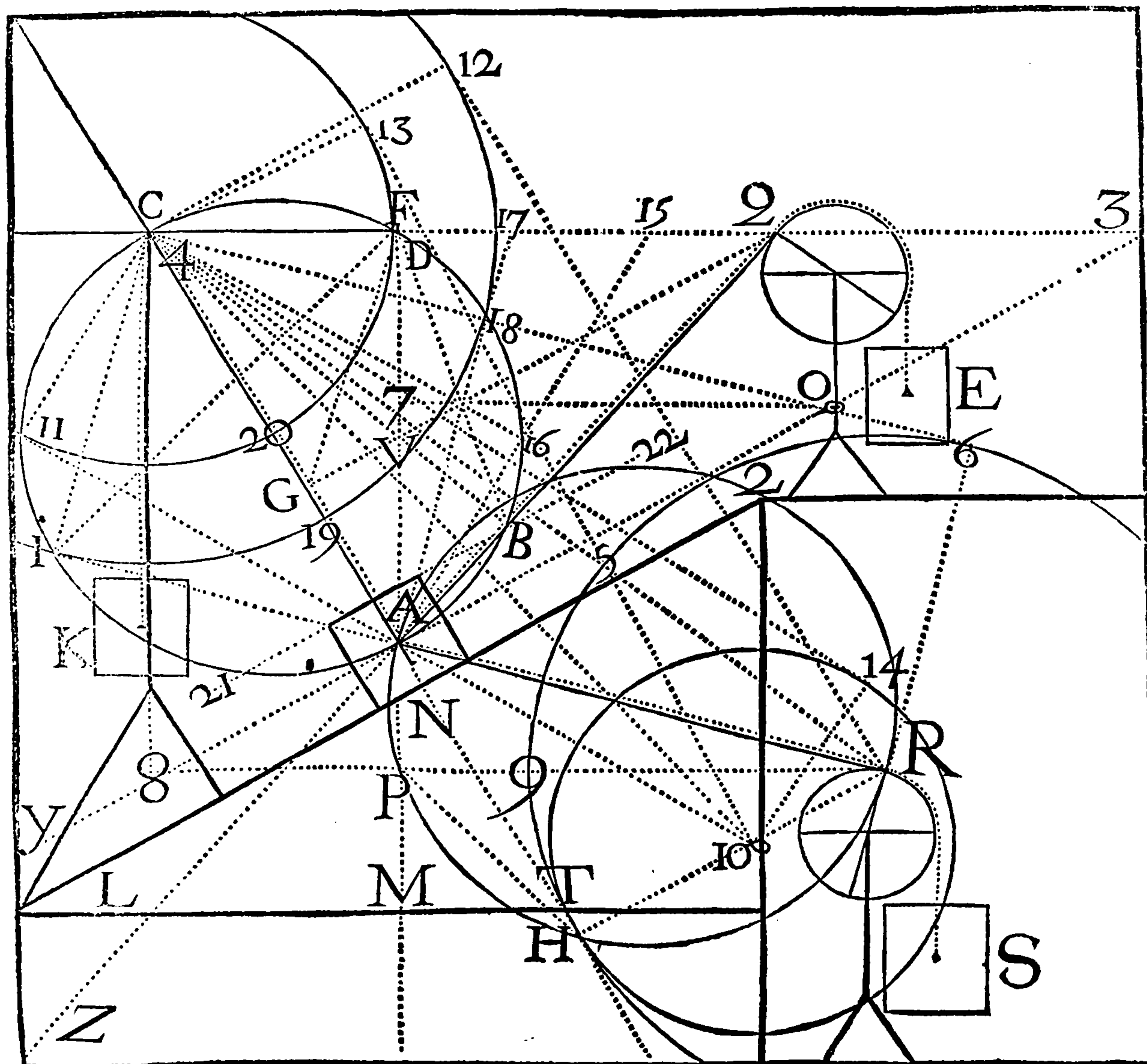

FIG.II.
I
B
D
A
O
P
F
E
K
C
L
H
G
N


FIG.I.
i
B
E
H
I
A
G
B
F
C
P
F
E
D
K
C
G
H
O
D


b
e
h
g
c
f
x
o
r
p
K
d
a
q
u
y
n
3
l
m


12
13
C
F
17
15
2
3
4
D
18
O
E
7
11
20
16
22
6
G
2
19
B
5
I
K
A
14
21
N
R
8
9
P
Y
10
L
M
T
H
S
Z

Aduertiſſement au Lecteur.



VR le ſujet du quatrieſme axiome nous auons remarqué, apres l'impreſſion, quelques mots qui pourroient eſtre pris autrement que nous ne les entendons, & partant cauſer quelque difficulté, laquelle nous nous efforcerons icy de leuer entierement. En premier lieu, lors qu'en la figure de la quatrieſme page nous repreſentons le long des bras de la balance des chordes marquees par des lignes de points; nous entendons que ces chordes ſoient contiguës & comme vnies aux meſmes bras, ſur leſquels toutefois elles puiſſent couler librement: ce qui doit eſtre entendu de meſme en toutes les autres figures: Dauantage en la meſme figure, la ligne ferme F G, de laquelle il eſt parlé en la cinquieſme page, ligne 24. & ſuiuantes, doit eſtre contiguë, & comme vnie au bras B C, ſur lequel toutefois elle puiſſe gliſſer librement, ſi elle n'eſt arreſtee. La meſme ligne F G doit eſtre conſideree ſans poids, afin de ne pas charger la balance. Et quand nous diſons que cette ligne F G ſoit appuyee perpendiculairement contre la ſuperficie ferme H G; nous n'entendons pas qu'elle ſoit attachee à la meſme ſuperficie, comme vne cheuille; mais ſeulement poſee contre icelle par le bout G, afin qu'elle ne puiſſe reculer vers G eſtant tiree par la chorde C F, par la force de la puiſſance D. La meſme choſe ſe doit entendre en la page 6. & autres.

Au reſte les fautes plus remarquables qui ſont ſuruenuës en l'impreſſion, ſont en la feuille cy-apres, leſquelles il faut corriger diligemment auant que de lire le Traité, lequel n'eſt qu'vn eſchantillon d'vn plus grand œuure de Mechanique qui ne peut pas ſi toſt paroiſtre au iour.

Fautes ſuruenuës en l'impreſſion.

Pag. 2. Axiome 3. les lettres des commencemens des 24. 25. 26. & 28. lignes du meſme Axiome ſont tranſpoſees, & en lieu de xoſees il faut poſees. En lieu de vrtremitez, il faut extremitez. Pour em des, il faut ſur des. Et pour dſent, il faut ment.

Pag. 5. ligne 26. en lieu de parallele au bras A C, il faut parallele, ou, pour mieux dire, contiguë au bras A C.

Pag. 6. ligne 37. en lieu de C S, il faut G S.

Pag. 8. ligne 27. pour par le Scholie du 3. Axio. il faut par les Sch. des 3. & 4. Axiomes.

Pag 12. ligne 8. ſur la fin, en lieu de L M, il faut L N.

Pag. 23. ligne 14. en lieu de C A eſt à C F, il faut comme C A eſt à A F.

Pag. 25. ligne 46. en lieu de Q V; & le meſme poids A, il faut Q A; & le meſme poids V.

Pag. 28. ligne 2. en lieu de C, Q, il faut C, O.

Pag. 36. ligne 1. en lieu de Q C & Q V, il faut C V & Q V.

Pag. 36. ligne 11. du 9. Scholie, en lieu du 3. Axiome, il faut 4. Axiome.

Il y a quelques fautes d'orthographe, que le Lecteur corrigera, s'il luy plaiſt.



TRAITE' DE MECHANIQVE.

DES POIDS SOVSTENVS PAR DES puiſſances ſur les plans inclinez à l'Horizon.

Des puiſſances qui ſouſtiennent vn poids ſuſpendu à deux chordes.

Par G. Perſ. de Roberual Profeſſeur Royal és Mathematiques au College de Maiſtre Geruais, & en la Chaire de Ramus au College Royal de France.



POVR les demonſtrations de ce Traicté, nous ſuppoſons la cognoiſſance des definitions, & principes de la Mechanique, comme ils ſont dans Archimede, Guid-Vbalde, Luc Valere, & dans les autres Auteurs: auſquels nous adiouſterons ce qui ſuit par forme d'explication, & pour plus grande intelligence.

DEFINITION.

La ligne de direction d'vn poids, ou d'vne puiſſance, eſt vne ligne droite menee du centre de peſanteur du poids, ou du centre de la puiſſance, vers le lieu auquel le poids, ou la puiſſance aſpire, ſoit en tirant, en pouſſant, ou en reſiſtant, ſoit en mouuant librement, ſoit en coulant, & en gliſſant. Ainſi la ligne de direction d'vn poids peſant librement, eſt celle qui eſt menee depuis le centre de peſanteur du meſme poids, iuſques au centre naturel des choſes peſantes, lequel aux choſes terreſtres eſt le centre de la terre. Mais aux poids qui gliſſent ſur des ſuperficies, & aux puiſſances qui peuuent eſtre dirigees vers toutes les parties de l'Vniuers, les lignes de direction peuuent auſſi eſtre dirigees de meſme: comme il arriue aux boulets de canon, & autres corps iettez par violence, aux oyſeaux qui volent, aux animaux qui tirent, ou pouſſent auec, ou ſans inſtrumens, & autres agents pareils, deſquels, pour cette raiſon, les lignes de direction peuuent auoir vne infinité de poſitions, qui ne peuuent eſtre determinees, ſinon pour chacun en particulier.

AXIOME I.

Quand vne puiſſance, ou vn poids pouſſe contre vne ſuperficie oppoſee perpendiculairement à la ligne de direction du meſme poids, ou de la puiſſance; la ſuperficie, eſtant aſſez ferme, reſiſtera entierement à la puiſſance ou au poids, qui ne pourra eſchapper, couler ou gliſſer ſur la ſuperficie. Mais ſi la puiſſance, ou le poids pouſſe contre vne ſuperficie oppoſee obliquement à la ligne de direction du meſme poids, ou de la puiſſance; alors la puiſſance, ou le poids gliſſera ſur la ſuperficie, coulant du coſté ou ſeront les angles obtus. Et quand vne puiſſance, ou vn poids coule & gliſſe ſur vne ſuperficie, s'il ſe rencontre vne autre ſuperficie oppoſee perpendiculairement à la ligne

de direction du coulement & gliſſement, cette ſuperficie empeſchera la puiſſance, ou le poids de couler & gliſſer dauantage, & l'arreſtera entierement, pourueu qu'elle ſoit aſſez ferme.

AXIOME II.

Il faut autant de force ou de puiſſance pour pouſſer, que pour tirer, reſiſter, arreſter, appuyer, ſouſtenir, & pour retenir: pourueu que ce ſoit par les meſmes diſtances, & par les meſmes lignes de direction. Comme ſi pour tirer vn poids ſur vn plan incliné à l'horizon, il faut vne puiſſance de 1000. liures, il en faudra vne pareille pour pouſſer le meſme poids ſur le meſme plan. Et ſi en la premiere figure ſuiuante pour retenir le poids E ſuſpendu librement par la ligne B E, il faut vne puiſſance de 10. liures, il faudra vne puiſſance pareille pour ſouſtenir le meſme poids E par deſſous. Et ſi vne puiſſance de 10000. liures pouſſe perpendiculairement contre la ſuperficie d'vne muraille, & que la muraille reſiſte à la puiſſance, ce ſera auec 10000 liures de reſiſtance; que ſi la muraille à moins de reſiſtance que 10000. liures, elle ſera renuerſée.

AXIOME III.

En quelque lieu que l'on mette vne meſme puiſſance dans ſa ligne de direction, elle tirera ou pouſſera eſgalement. Il en ſera de meſme d'vn poids. Comme en la ſeconde figure des deux ſuiuantes, ſoit que la puiſſance penduë au point B ſur le bras A B, ſoit en B meſme, ou en D, ou en E, eſtant ſa ligne de direction B D E, & la puiſſance touſiours pareille, elle tirera touſiours de meſme ſur la balance B C. Quelques-vns doutent, non ſans raiſon, ſi vn meſme corps peſant peſeroit de meſme eſtant plus proche, ou plus eſloigné du centre de la terre, qu'eſtant icy en ſa ſuperficie. Mais quand il peſeroit ineſgalement, rien ne feroit contre cet Axiome, auquel il eſt queſtion d'vn meſme poids, & non pas d'vn meſme corps peſant. Et ſi vn meſme corps peſe plus en quelque lieu qu'en vn autre, en cette occaſion il repreſente des poids differents. Il en eſt de meſme quand la puiſſance de quelque agent, comme d'vn boulet de canon, s'alentit en diuers endroits de ſa ligne de direction: car alors quoy que ce ſoit vn meſme agent, ce n'eſt plus vne meſme puiſſance.

Suppoſant donc que la balance B C ſoit en equilibre, en la ſeconde figure, ſi en lieu du bras A B on ſubſtituë le bras A D; la balance D A C, de laquelle les bras ſont A D & A C inclinez l'vn à l'autre ſelon l'angle D A C, demeurera de meſme en equilibre, pourueu que la puiſſance qui eſtoit penduë en B ſoit poſée en D, ou penduë au meſme point D par la chorde D E. On peut de meſme en lieu du bras A C ſubſtituer le bras A O, ſuppoſant que la ligne de direction du poids, ou de la puiſſance C, ſoit C O. Et ainſi on pourra ſubſtituer tel autre bras que l'on voudra qui aille du centre A iuſques aux lignes de direction B E ou C O prolongées ou non. Et ſoit que les puiſſances ſoient poſées ſur les extremitez des bras; ſoit qu'elles ſoient penduës aux meſmes extremitez par des chordes; ou quelles ſoient poſées au deſſus des extremitez des lignes fermes; pourueu qu'elles tirent, ou pouſſent touſiours par les meſmes lignes de direction, elles tireront, ou pouſſeront touſiours eſgalement, & feront equilibre de meſme qu'auparauant.

SCHOLIE.

De ce troisiesme Axiome on peut facilement demonstrer qu'en la balance inclinée, quand les bras sont esgaux, les poids esgaux, ou les puissances esgales, & les lignes de direction des puissances, ou des poids, paralleles entre elles; il y aura tousiours equilibre, de mesmes que si la balance estoit horizontale. Car en la seconde figure des deux suiuantes, soit vne balance inclinée B C, de laquelle le centre soit A, les bras esgaux A B, A C, & des puissances esgales posées par leurs centres aux extremitez des bras B, C, ou penduës aux mesmes extremitez par leurs lignes de direction, desquelles lignes l'vne soit B E, l'autre O C prolongée vers C, s'il en est besoin; & que ces lignes B E & O C soient paralleles entre elles. Soit aussi la ligne D A O perpendiculaire aux deux lignes de direction, laquelle D A O represente vne balance horizontale, de laquelle les bras A D, & A O seront esgaux dans les triangles A B D, A C O, par la 26. Proposition du 1. d'Euclide. Puis donc que par le troisiesme Axiome la puissance B, ou vne autre penduë au point B sur le bras B A, pese comme si elle estoit penduë au point D sur le bras A D: & la puissance C, ou vne autre penduë au point C sur le bras A C, pese comme si elle estoit penduë au point O sur le bras A O: & que les puissances B, C sont esgales, & les bras ou distances A D, & A O aussi esgales; les puissances B, C contre-peseront & seront en equilibre, par le premier Axiome des Mechaniques d'Archimede. Il en sera de mesme si B, C sont des poids esgaux; pourueu que leurs lignes de direction soient paralleles entre elles, ce qui n'arriue pas aux poids qui pesent librement, desquels les lignes de direction sont inclinées vers le centre de la terre: & pour cette raison on peut demonstrer qu'en la balance inclinée ayant les bras esgaux, & les poids esgaux, le bras qui est panché emporte l'autre tant que la balance soit perpendiculaire à l'horizon: ce que l'on trouuera demonstré en nostre Mechanique.

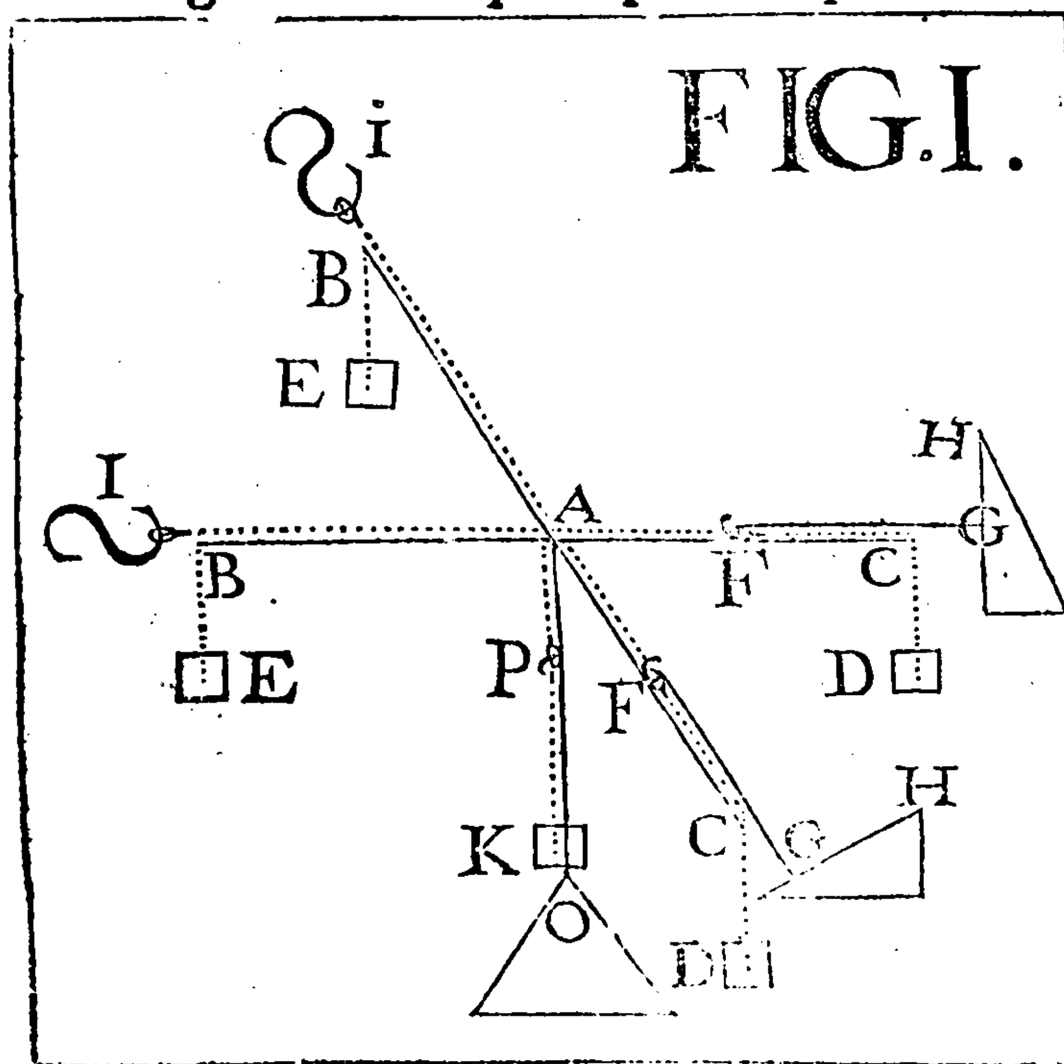
AXIOME IV.

Des poids esgaux, & des puissances esgales tirant, ou poussant par des distances esgales, tireront, ou pousseront esgalement: pourueu que les lignes de direction des poids & des puissances soient semblablement inclinées (c'est à dire qu'elles facent des angles esgaux) auec les distances par lesquelles tirent, ou poussent les poids & les puissances. Et cecy est vray, soit que les poids tirent l'vn contre l'autre, ou les puissances l'vne contre l'autre, ou les poids contre les puissances. Comme en la troisiesme figure, qui est en la Proposition suiuante, si la puissance ou le poids K tire sur la distance C H par la ligne de direction H K; & qu'vne autre puissance esgale à K tire, ou pousse sur la distance C A par la ligne de direction A O; les distances C H & C A estant esgales, ausquelles les lignes de direction H K & A O sont semblablement inclinées, sçauoir perpendiculairement, les poids esgaux, ou les puissances esgales, tireront, ou pousseront esgalement. De mesme si sur les distances esgales C A & C D tirent des puissances esgales, ou des poids esgaux, par les lignes de direction A F & D G, faisant les angles esgaux C A F, C D G, ils tireront esgalement.

SCHOLIE.

D'autant que la demonſtration de la Propoſition ſuiuante depent principalement de ce troiſieſme Axiome, & que ceux qui n'ont accouſtumé de le conſiderer qu'en la balance parallele à l'horizon, ayant les bras eſgaux, aux extremitez deſquels ſont attachez ou pendus des poids eſgaux, peſans librement & ſans contrainte; pourroient faire quelque difficulté ſur le moyen par lequel nous l'appliquons à noſtre demonſtration; nous auons iugé qu'il ſeroit à propos de l'expliquer plus au long, eſtant aſſeurez qu'il n'y aura perſonne qui apres l'auoir bien entendu, ne confeſſe qu'il eſt entierement vray ſelon la commune cognoiſſance, ce qui eſt requis à toute verité que l'on poſe pour principe d'vne demonſtration.

Soit donc premierement vne balance horizontale BC, de laquelle le centre ſoit A, & les bras eſgaux A B, & A C: & ſur le bras A B au point B ſoit attachée la ligne B E, à laquelle pende la puiſſance E. Plus ſur le bras A C ſoit vne autre ligne AC repreſentant vne chorde parfaitement flexible & ſans poids, laquelle ſoit recourbée par deſſus l'extremité C, puis pende librement iuſques en D, auquel lieu elle ſouſtienne la puiſſance D. Soit auſſi la meſme chorde C A recourbée par deſſus le centre A, auquel lieu pendant libremẽt, elle ſouſtienne la puiſſance K capable de reſiſter à la puiſſance D, & d'empeſcher qu'en tirant elle n'emporte la chorde A C, la faiſant couler & gliſſer par deſſus le bras A C. Par ce moyen les deux puiſſances K, D ne pourront, en tirant l'vne contre l'autre, faire couler la chorde AC de part ny d'autre du bras A C. Il eſt donc clair par la commune cognoiſſance, que les bras A B & A C eſtant eſgaux, ſi les puiſſances E, D ſont eſgales, & les lignes de direction B E, & C D paralleles, la balance B C demeurera en equilibre. Car la puiſſance K penduë au centre A, n'adiouſte rien au mouuement de la balance, mais ſeulement ſert d'arreſt pour empeſcher que la puiſſance D n'emporte ſa chorde D C A; & fait que la puiſſance D par ce moyen eſt contrainƈte de peſer ſur le bras A C, & faire equilibre auec la puiſſance E ſur le bras A B. Autrement ſi la puiſſance K laſchoit la chorde K A C D, la puiſſance D emporteroit la meſme chorde, la faiſant couler par deſſus le bras A C, & en meſme temps la puiſſance D ne peſant plus ſur le bras A C, la puiſſance E emporteroit la balance: mais la puiſſance D eſtant retenuë ſur le bras A C par la puiſſance K, elle fera equilibre, & contre-peſera à deux autres, ſçauoir à la puiſſance K, qui l'empeſche d'emporter la chorde; & à la puiſſance E, qui l'empeſche d'emporter la ba-



lance. Et quand E, K, D feroient des poids difpofez, & proportionnez comme les puiffances, il s'enfuiuroit le mefme effet: mais nous nous fommes feruis des puiffances, defquelles auffi nous nous feruirons par tout cy-apres, pour eftre plus generales, & plus propres à noftre deffein, parquoy ce que nous dirons d'elles foit auffi entendu des poids.

Or en quelque point de la chorde A C que l'on mette en lieu de la puiffance K vne autre puiffance, qui retienne la mefme chorde qu'elle ne foit emportée par la puiffance D, cette puiffance fera le mefme effet que la puiffance K: cóme fi la puiffance eft pofée en A tenant la chorde: ou fi la chorde C A eftant prolongée directement vers A iufques en I, mefme au delà de la balance, vne puiffance la retient par le point I, ou par tel autre point que l'on voudra, elle fera la mefme chofe que la puiffance K, par le fecond Axiome: puis que c'eft la mefme ligne de direction A C par laquelle la puiffance K, ou I retient la chorde A C. Ce fera la mefme chofe fi la puiffance retient la chorde A C entre les points A, C, comme par le point F, par le mefme fecond Axiome.

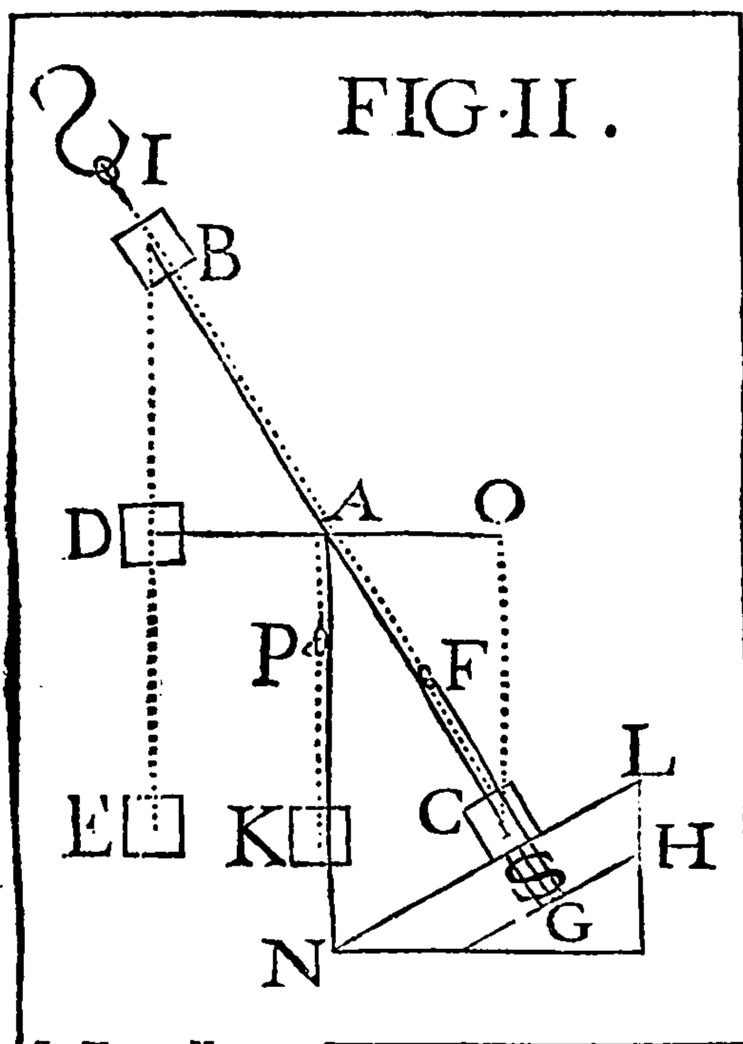
Que fi en lieu de puiffance, pour retenir la chorde A C, on fe fert d'vn arreft auquel la mefme chorde foit attachée, l'arreft fera la mefme chofe que la puiffance, par le fecond Axiome. Pour exemple fi au pilier A O, qui fouftient la balance, eft attaché l'arreft P, auquel foit liée la chorde C A P; ou fi la mefme chorde eft arreftée au centre A, ou fi eftant prolongée, elle eft arreftée au point I, ou fi elle eft liée au point F; foit que l'arreft tienne à la balance, ou non, l'arreft fera, en etenant la chorde, & l'arreftant, ce que la puiffance K faifoit auparauant en pefant & tirant par la mefme chorde, & la balance demeurera en equilibre, comme elle eftoit. Pofons mefmes que l'arreft F, auquel la chorde C F eft liée, ne tienne pas à la balance, mais à vne ligne droite, comme F G, parallele au bras A C, laquelle ligne F G foit ferme, & ne puiffe plier, & qu'elle foit retenuë au point G par vne puiffance qui l'appuye, & l'empefche, en l'arreftant, de reculer, & eftre emportée vers G par la force de la puiffance D tirant par la ligne D C F; cette ligne F G eftant ainfi appuyée & arreftée par la puiffance G, retiendra la chorde au point F, de mefme qu'elle feroit retenuë par la puiffance K tirant par la chorde K A F, par le fecond Axiome; puis que c'eft la mefme chofe de tirer, que de pouffer, arrefter, & refifter par vne mefme ligne de direction C F A. Et quand la ligne ferme F G ne feroit pas arreftée par vne puiffance au point G; mais qu'elle feroit appuyée perpendiculairement contre vne fuperficie ferme, comme G H, fur laquelle, par confequent, elle ne peut gliffer; cette fuperficie H G fera le mefme effet en refiftant à la ligne F G, que faifoit la puiffance en G, & partant le mefme que la puiffance K par le fecond Axiome, & par ce que nous en auons deduit cy-deffus. Ainfi la chorde D C retenuë par la ligne G F, fera toufiours empefchée de gliffer & couler fur le bras A C, & la balance fera maintenuë en equilibre: & cependant la puiffance D tirant par la chorde D C F, fera le mefme effort contre l'arreft F, & contre la ligne F G, & partant contre la fuperficie G H, qu'elle faifoit auparauant tirant par la ligne D C A K, contre la puiffance K, ce qui eft clair par le fecond Axiome.

Maintenant que la balance B C, qui auparauant eftoit horizontale, foit inclinée comme on voudra, le bras A C eftant baiffé, & les mefmes puiffances E, D demeurantes librement penduës par les lignes C D & B C, que nous fuppofons eftre paralleles: & que pour empefcher que la chorde A C D ne gliffe

ſe & coule par deſſus le bras A C, elle ſoit retenuë par la puiſſance K ſuffiſante pour ce faire ; ou que la meſme chorde ſoit retenuë par l'arreſt P, ou liée en A, ou en I, ou en F, ou qu'elle ſoit attachée par la ligne ferme F G arreſtée par vne puiſſance en G, ou appuyée perpendiculairement contre vne ſuperficie ferme, comme G H, ſur laquelle elle ne puiſſe gliſſer, le tout comme auparauant en la balance horizontale ; il eſt clair que la puiſſance E fera encore equilibre contre la puiſſance D, car l'inclination de la balance ne peut apporter aucun changement à l'equilibre, les autres choſes eſtant diſpoſées de meſme, par le Scholie du troiſieſme Axiome.

Et quand la puiſſance D en lieu d'eſtre penduë par la ligne C D, ſeroit poſée ſur le bout de la balance C B, ayant ſon centre de peſanteur au point C, elle peſera de meſme ſur le bras A C, qu'eſtant penduë, & fera equilibre auec la puiſſance E penduë à la ligne B E, ou bien attachée par ſon centre de peſanteur à l'extremité B, pourueu que les lignes de direction C D, & B E demeurent touſiours les meſmes, ce que nous ſuppoſons.

Conſiderons donc la balance inclinée B C toute ſeule ayant les bras eſgaux A B, A C ; & ſoit la puiſſance E pendante comme auparauant ſur le bras A B, ou bien attachée par ſon centre de peſanteur à l'extremité B, car il n'importe en laquelle des deux manieres elle peſe ſur le bras A B. Et ſur le bras A C ſoit poſée la puiſſance C ayant ſon centre de peſanteur à l'extremité C, laquelle puiſſance C ſoit eſgale à la puiſſance E, & ſoit retenuë qu'elle ne gliſſe ſur le bras A C par quelqu'vn des moyens cy-deuant dits : il eſt donc clair, par les meſmes moyés, que les puiſſances C, E, feront equilibre ſur la balance B C. Et ſoit que la ligne ferme F G appuyée perpendiculairement contre la ſuperficie ferme G H, retienne la chorde C F au point F, & empeſche qu'elle ne gliſſe ſur le bras A C auec la puiſſance C, comme nous auons dit ; ſoit que la meſme ligne ferme appuyée encore perpendiculairement contre la ſuperficie G H, s'eſtende ſeulement iuſques à la puiſſance C & la touche au point S : pourueu que cette ligne C S ſoit ferme & ne puiſſe plier, elle appuyera la puiſſance C, & l'empeſchera de gliſſer, faiſant le meſme effet en luy reſiſtant, que faiſoit la puiſſance K en la retenant par la chorde K A C, par le ſecond Axiome, & ce que nous en auons deduit cy-deuant. Ainſi la ligne ferme S G appuyant la puiſſance C qu'elle ne gliſſe ſur le bras A C, la balance B C auec ſes puiſſances eſgales peſantes aux extremitez B C par des lignes de direction paralleles entre elles, demeurera en equilible.



Que ſi en lieu de la ſuperficie G H on en ſubſtituë vne autre qui luy ſoit parallele, comme N S L touchant la puiſſance C, cette ſuperficie N S L reſiſtera immediatement à la puiſſance C, & l'empeſchera qu'elle ne gliſſe ſur le bras A C, faiſant le meſme effet que la puiſſance K, ou que tous les arreſts precedens, ſans qu'il ſoit plus beſoin de la ligne ferme S G entre la puiſſance

C & la ſuperficie. Car quoy qu'il ſe puiſſe faire que ſelon la figure de la puiſſance C, qui ſouuent ſera vn corps peſant, la ſuperficie N S L la touche en pluſieurs points ; toutefois cette ſuperficie eſtant parfaitement vnie, comme nous ſuppoſons, elle ne reſiſtera pas dauantage à la puiſſance C, que la ligne A C qui la retiendroit par le centre de peſanteur, ce qui eſt aſſez clair par la commune cognoiſſance des principes.

AXIOME V.

Vne balance qui n'appuye plus ſur ſon centre ne ſouſtient plus rien, & partant en cet eſtat ne ſert plus de rien ; & la puiſſance, ou l'arreſt qui deſcharge la meſme balance, ſouſtient le faix que la balance ſouſtenoit auparauant. Comme ſi en la ſeconde figure du Scholie du quatrieſme Axiome, la puiſſance D peſe ſur l'extremité du bras A D par la ligne de direction B D E vers E, & qu'vne autre puiſſance ou vn arreſt eſtant en B tire ou retienne de l'autre part la meſme puiſſance D, par la meſme ligne de direction, & auec autant de force que la puiſſance D en peut auoir peſant ſur la balance A D : alors la puiſſance D ſera ſouſtenuë par la puiſſance, ou par l'arreſt B, par le ſecond Axiome ; & par la commune cognoiſſance la meſme puiſſance D n'appuyera plus ſur la balance A D, laquelle balance n'eſtant plus chargée, n'appuyera plus ſur ſon centre. (car en la pure Mechanique nous conſiderons la balance comme eſtant de ſoy ſans poids) Et quand la meſme balance ſeroit oſtée, la puiſſance D demeureroit en meſme eſtat ſouſtenuë par la puiſſance, ou par l'arreſt B, qu'elle eſtoit auparauant ſouſtenuë par la balance A D. Il en ſeroit de meſme ſi D eſtoit vn poids en lieu d'vne puiſſance.

Ces choſes eſtant poſées, & expliquées de la ſorte, nous diuiſerons ce petit Traité en trois Propoſitions, dont la premiere ſera : Eſtant donné vn plan incliné à l'horizon, & l'angle de l'inclination eſtant cogneu, trouuer vne puiſſance, laquelle tirant ou pouſſant par vne ligne de direction parallele au plan incliné, ſouſtienne vn poids donné ſur le meſme plan. La ſeconde : Trouuer le meſme quand la ligne de direction par laquelle la puiſſance tire ou pouſſe, n'eſt pas parallele au plan incliné. Et la troiſieſme : Trouuer deux puiſſances qui puiſſent ſouſtenir vn poids donné, ſuſpendu à deux chordes données.

PROPOSITION I.

Eſtant donné vn plan incliné à l'horizon, & l'angle de l'inclination eſtant cogneu, trouuer vne puiſſance, laquelle tirant, ou pouſſant par vne ligne de direction parallele au plan incliné ſouſtienne vn poids donné ſur le meſme plan.

SOIT le plan horizontal L M, auquel ſoit incliné le plan L N 2 faiſant l'angle de l'inclination M L N donné : ſoit auſſi donné le poids A duquel le centre de peſanteur ſoit A, & ſoit ce poids poſé ſur le plan incliné : il faut trouuer la puiſſance capable de retenir le meſme poids A ſur le plan incliné L N 2 Du point N, qui eſt au plan incliné, ſoit abbaiſſée N M perpendiculaire au plan horizontal L M : & ſoit fait que comme la ligne L N eſt à N M, ainſi le poids donné A ſoit à vne puiſſance Q : puis au centre de peſanteur A ſoit attachée la ligne, ou la chorde A O parallele au plan L N 2, par laquelle

chorde A O la puiſſance Q tire le poids A de toute ſa force, & par tel point que l'on voudra de la ligne ou chorde A O, c'eſt à ſçauoir ou par le point O, ou par deſſus la poulie O P de laquelle le centre eſt R : ou meſmes que la puiſſance pouſſe le poids par deſſous vers la ligne de direction A O. Ie dis qu'en cet eſtat la puiſſance Q retiendra le poids A, & l'empeſchera de gliſſer ſur le plan incliné L N 2, & qu'elle le maintiendra en l'eſtat où il eſt, ſans qu'il monte ny deſcende ſur le meſme plan.

Car du centre de peſanteur A ſur le plan incliné ſoit menée la ligne perpendiculaire A N, laquelle ſoit prolongée vers A tant que l'on voudra iuſques en B; & ſoit B A N vne balance ayant ſon centre au point C, en ſorte que les bras C A, & C B ſoient eſgaux: ſoit auſſi imaginé le poids A poſé ſur le bras de la balance C A par ſon centre de peſanteur A, & ſoit retenu qu'il ne gliſſe ſur le bras CA, par quelqu'vn des moyens du Scholie du quatrieſme Axiome, comme par le plan L N 2. dauantage ſur l'autre bras C B au point B, ſoit vne puiſſance eſgale au poids A, laquelle puiſſance ſoit attachée par ſon centre de peſanteur au point B, ou bien ſoit penduë à la chorde B D au point D, & ſoient les lignes de direction du poids A & de la puiſſance B ou D, paralleles entre elles: en cette diſpoſition, la puiſſance Q, ny ſa chorde A O n'eſtant point encore conſiderées, il eſt clair, par le Scholie du troiſieſme Axiome, que la balance B A demeurera en equilibre, eſtant ſouſtenuë ſur le pilier C L par ſon centre C. Ainſi le poids A ne pourra gliſſer ſur le bras C A, à cauſe du plan L N 2 qui luy reſiſte perpendiculairement: & le meſme poids ne gliſſera pas auſſi ſur le plan L N 2, à cauſe de la balance qui eſt en equilibre: partant le poids A demeurera en cet eſtat ſans monter ny deſcendre. Maintenant par le centre C ſoit imaginée vne balance horizontale H C I, ſur laquelle ſoit menée la ligne perpendiculaire A F, qui eſt la ligne de direction du poids A: & de la puiſſance B, ou D ſoit la ligne de direction B D qui rencontre la balance H C I au point G, lors l'angle D G C ſera droit, pour ce que l'angle F eſt droit par conſtruction, & les lignes de direction A F & D G paralleles par ſuppoſition: partant la ligne C F ſera eſgale à la ligne C G. Poſons auſſi que les balances B A & H I ne puiſſent changer les angles de decuſſation qu'elles font entre elles au centre commun C, mais qu'elles demeurent comme ſi c'eſtoient les diametres d'vn meſme cercle, en ſorte que l'vne ne puiſſe tourner que l'autre ne tourne de meſme en meſme temps. Or la puiſſance D ou B tirant ſur le bras C B par la ligne de direction B G D, tire de meſme que ſi elle eſtoit poſée en G ſur la diſtance C G par le troiſieſme Axiome.

Soit fait le bras C H eſgal au bras C A, & ſur le bras C H ſoit penduë la puiſſance K par la ligne de direction H K perpendiculaire au bras C H; laquelle puiſſance K ſoit eſgale à la puiſſance Q. D'autant donc que L N eſt à M N comme le poids A eſt à la puiſſance Q, par la conſtruction; & que L N eſt à

M N comme C A eſt à C F, à cauſe des triangles ſemblables L N M, A C F: il y aura meſme raiſon de C A à C F: c'eſt à dire de C H à C F, ou de C H à G, que du poids A à la puiſſance Q, ou que de la puiſſance D à la puiſſance K qui leur ſont eſgales par conſtruction; puis donc que comme la diſtance C H eſt à la diſtance C G, ainſi reciproquement la puiſſance D penduë en G eſt à la puiſſance K pendüe en H, la puiſſance K pendüe en H peſera de meſme que la puiſſance D pendüe en G, par la 6. & 7. Propoſition du premier des Mechaniques d'Archimede. Mais la puiſſauce D pendüe en G fait le meſme effet que pendüe en B, & contrepeſe au poids A ſur le bras C A comme il a eſté dit; parquoy la puiſſance K ſur la diſtance C H contrepeſe au poids A ſur le bras C A ainſi comme il eſt, & la meſme puiſſance K ſur ſa diſtance C H eſtant ſubſtituée en lieu de la puiſſance D penduë ſur la diſtance C B, ou C G, les balances demeureront en equilibre.

Conſiderons maintenant la puiſſance Q qui tire par la ligne A O ſur le bras C A. Alors les diſtances C A & C H eſtant eſgales, les lignes de direction A O & H K perpendiculaires aux meſmes diſtances, & les puiſſances qui tirent, ſçauoir Q, K eſtant auſſi eſgales, le tout par la conſtruction, les puiſſances Q & K tireront eſgalement: & puis que la puiſſance K par la diſtance C H maintenoit les balances en equilibre, ſi en lieu de la puiſſance K on ſubſtitüe la puiſſance Q tirant ſur la diſtance C A, elle maintiendra de meſme les balances en equilibre, & le poids A demeurera comme auparauant, & la puiſſance Q en lieu de la puiſſance K l'empeſchera de gliſſer ſur le plan N L. Oſtons donc toutes les autres puiſſances ſçauoir K, D, ou B; & que la puiſſance Q demeure ſeule en leur place, tirant par la ligne A O, & retenant le poids A qu'il ne gliſſe ſur le plan N L comme il a eſté dit. Et puis que la ligne A O eſt attachée au centre de peſanteur A qui eſt auſſi l'extremité de la balance C A, il n'eſt plus beſoin de la meſme balance, qui ne ſouſtient plus rien, eſtant de ſoy ſans poids, & n'appuyant plus ſur ſon centre, par le cinquieſme Axiome. (d'autant que les puiſſances qui eſtoient ſur les bras oppoſez C B, ou C H ſont oſtées, par leſquelles la balance eſtoit contrainte d'appuyer ſur le meſme centre C) Partant le poids A repoſe partie ſur le plan L N 2, & partie ſur la puiſſance Q, laquelle par ce moyen ſouſtient le meſme poids ſur le plan incliné L N 2.

Or d'autant que l'angle de l'inclination N L M eſt donné par ſuppoſition, & l'angle M eſt droit, le triangle L N M ſera donné d'eſpece; partant la raiſon de L N à N M eſt donnée; mais L N eſt à N M comme le poids A eſt à la puiſſance Q par conſtruction; donc la raiſon du poids A à la puiſſance Q ſera auſſi donnée, & le poids A eſt donné, donc la puiſſance Q ſera donnée, qui eſt ce que l'on demande.

AVTREMENT

Le tout eſtant comme auparauant iuſques ou il a eſté dit, que la puiſſance D peſe comme ſi elle eſtoit poſée au point G ſur le bras C G par le troiſieſme Axiome: ſoit poſée vne puiſſance en F, eſgale à la puiſſance D; laquelle puiſſance F tire ſur la diſtance C F par la ligne de direction A F E vers E, ſçauoir au contraire du poids A. Il eſt donc clair, puis que les diſtances C G, C F ſont eſgales, que la puiſſance F tirant perpendiculairement ſur la diſtance C F, fera le meſme effet que la puiſſance D tirant perpendiculairement ſur la diſtan-

ce C G, par le quatriesme Axiome: mais la puissance D tirant sur la distance C G, tient la balance B A en equilibre, comme il a esté dit, d'autant qu'elle pese comme si elle estoit posée en B; partant la puissance F tirant par la distance C F, tiendra de mesme la balance en equilibre. Puis donc que la puissance F tire perpendiculairement sur la distance C F, & que la puissance Q par la chorde A O, tire aussi perpendiculairement sur la distance C A: & qu'en proportion reciproque il y a mesme raison de la puissance F, qui est esgale au poids A, à la puissance Q, que de L N à N M, par construction, c'est à dire de la distance C A, par laquelle tire la puissance Q, à la distance C F, par laquelle tire la puissance F; il s'ensuit que les puissances F & Q tireront esgalement, par la six & septiesme Proposition du premier des Mechaniques d'Archimede, ou par ce qui s'en peut desduire: partant la puissance Q tirant par la distance C A, en lieu de la puissance F tirant par la distance C F, tient la balance en equilibre. Et la chorde A O estant attachée au centre de pesanteur A, la balance A B sera deschargée, & n'appuyera plus sur son centre, par la commune cognoissance: ainsi elle sera inutile, par le cinquiesme Axiome, & la puissance Q toute seule soustiendra le poids A sur le plan incliné L N 2, &c.

COROLLAIRE I.

De la Proposition precedente on peut inferer qu'il y aura mesme raison de l'hypotenuse L N à la base L M, que du poids A à la puissance qui peut l'empescher de glisser le long du bras de la balance C A, & qui par mesme moyen l'empeschera d'appuyer sur le plan incliné L N 2: ce qui se demonstrera si on se represente la distance C A N comme vn plan incliné: car on fera voir que la force requise pour soustenir le poids en cette inclination, doit estre au mesme poids comme la perpendiculaire F A est à l'hypotenuse C A; c'est à dire comme L M est à L N, à cause de la similitude des triangles L M N & A F C. Or la mesme puissance ne fait autre effect que celuy que faisoit, en la seconde figure du Scholie du quatriesme Axiome, la puissance K, laquelle tirant par la chorde A C, empeschoit le poids A de glisser sur le bras C A, & d'appuyer sur le plan L N 2: ce que l'on recognoistra si on fait la demonstration comme cy-dessus, prenant C A pour le plan incliné.

COROLLAIRE II.

Si le poids A est pendu à vne ligne ferme comme C A attachée au point C, à l'entour duquel elle se puisse mouuoir librement auec son poids: il est clair que le poids ne se reposera point que la ligne d'appension C A, ne soit vnie à la ligne C L perpendiculaire à l'horizon: mais si le mesme poids auec sa ligne est tiré par force du lieu de son repos, & posé comme il est en la figure en A; pour le maintenir en cet estat, tirant par la ligne de direction A O perpendiculaire à C A, il faut vne puissance esgale au poids Q, qui est au poids A comme C F est à C A, ainsi qu'il a esté demonstré; d'autant que la ligne C A estant ferme, represente le bras de la balance B A. Par mesme moyen le poids A ne tire plus de toute sa puissance contre la ligne C A, à laquelle il est pendu; mais sa puissance en cette position est à sa puissance totale, sçauoir celle qu'il auroit s'il tiroit par la ligne C L, comme A F est à A C, par le premier Corol-

laire. Et quand C A feroit vne chorde, & non pas vne ligne ferme, le mefme effect s'enfuiuroit, par la mefme raifon par laquelle il n'eft pas befoin que A O foit vne ligne ferme. Cecy fe demonftrera plus vniuerfellement en la troifiefme Propofition.

COROLLAIRE III.

Vn poids tombant par violence, & rencontrant obliquement vn plan, ne fera pas vn fi grand effect : c'eft à dire, n'appuyera pas fi fort contre le mefme plan, que s'il le rencontre perpendiculairement. Comme fi le poids A tombant par violence rencontre obliquement le plan L N 2, fon effect comparé à la puiffance entiere du mefme poids, ne fera que comme F A eft à A C, ou comme L M à L N. Ce qui eft clair, puis que la violence n'eft qu'vne augmentation du poids, laquelle ne reçoit point d'autre demonftration que le poids mefme. Et cecy a lieu en tous les corps qui agiffent par violence contre d'autres, felon qu'ils les rencontrent perpendiculairement ou obliquement.

COROLLAIRE IV.

Il eft clair auffi que la puiffance qui fouftient vn poids fur vn plan incliné, n'eft pas au mefme poids comme l'angle de l'inclination eft à l'angle droict; ce que toutefois Cardan à voulu dire au 5. liure des Proportions, Propofit. 72. Car il y a moindre raifon de l'angle de l'inclination M L N à l'angle droict M, que de la perpendiculaire M N à l'hypotenufe N L, & partant la puiffance que Cardan nous affigne eft moindre qu'il ne faut. Et l'experience mefme eft entierement contre Cardan. Pour exemple en l'inclination de trente degrez, l'experience nous fait voir que pour fouftenir vn poids, il faut vne puiffance qui foit la moitié du mefme poids : & toutefois felon Cardan il fuffiroit que la puiffance fut le tiers du poids, puis que l'angle de trente degrez eft le tiers de l'angle droict. De mefme felon Cardan à l'inclination de 60^{d}. pour fouftenir quinze liures il faudroit feulement dix liures, & neantmoins l'experience fera voir qu'il faut treize liures, ou fort pres. Or l'experience s'accorde entierement à noftre demonftration, ce que nous auons experimenté, & que chacun pourra auffi experimenter affez facilement, ayant les inftrumens propres comme nous les auons. Quant à Pappus qui au huictiefme liure de fes Collections Mathematiques Propofition neufiefme, veut demonftrer cette Propofition (s'il eft vray qu'elle foit de luy-mefme) il a fort mal reüffi, n'ayant produit qu'vn paralogifme en lieu d'vne demonftration : & l'experience en plufieurs cas repugne beaucoup plus à ce qu'il conclud, qu'à ce que qui a efté conclud par Cardan.

COROLLAIRE V.

On peut encore voir clairement qu'il faut moins de force pour faire monter vn poids par vn plan incliné, que par la perpendiculaire. Mais reciproquement ce poids fera plus de chemin, & partant fera plus de temps à monter par le plan incliné, que par la perpendiculaire. Et le temps par le plan incliné fera au temps par la perpendiculaire, comme reciproquement la puiffance tirant par la perpendiculaire, à la puiffance tirant par le plan incliné.

Car pour faire monter perpendiculairement le poids A depuis M iuſques en N, il faut vne puiſſance vne peu plus grande que le meſme poids: & pour le faire monter à la meſme hauteur par le plan incliné L N, il faut vne puiſſance vn peu plus grande que le poids Q, qui eſt moindre que le poids A, ſelon la raiſon de la ligne M N à la ligne L N. Mais le chemin L N par le plan incliné, eſt en recompenſe plus grand que le chemin M N par la perpendiculaire. Et le temps eſtant en la raiſon des chemins, il faudra plus de temps par le plan incliné L N, que par la perpendiculaire M N, & la raiſon ſera comme L M à M N, c'eſt à dire comme du poids A à la puiſſance qui ſouſtient le meſme poids ſur le plan incliné L N. De meſme quand deux plans ſeront ineſgalement inclinez, il faudra plus de forces pour ſouſtenir, ou pour faire monter vn poids ſur celuy duquel l'angle de l'inclination ſera plus grand, que ſur celuy duquel l'angle de l'inclination ſera moindre: mais reciproquement il faudra plus de chemin, & de temps, pour monter à vne certaine hauteur, par le plan duquel l'angle de l'inclination ſera moindre, que par celuy duquel l'angle de l'inclination ſera plus grand. Ce qui eſt facile à demonſtrer. Ainſi en general pour faire monter vn poids ſur des plans inclinez, il faudra plus de temps à proportion que la puiſſance ſera moindre; ce qui ſe rencontre en tous les inſtrumens ordinaires de la Mechanique.

Ie ſçay qu'en la Practique quand il eſt queſtion de faire monter vn poids par vn plan incliné, il ſuruient bien ſouuent de la part de la matiere des difficultez qui nous obligent à employer beaucoup plus de forces, que celles qui ſont requiſes par la demonſtration precedente, pour ſouſtenir le meſme poids ſur le meſme plan; ſoit à cauſe que le plan n'eſt iamais parfaict, & reſiſte par ſon ineſgalité au corps peſant, qui de ſa part eſt auſſi ineſgal; ſoit à cauſe que les roüages ont peine de tourner, ou que les chordes ne plient pas facilement, n'eſtant pas parfaictement flexibles, ny ſans poids comme nous les conſiderons en la Theorie, ou pour quelque autre raiſon. Mais icy noſtre intention n'a eſté que de conſiderer la Mechanique dans ſa pureté, & comme elle ſeroit ſi la matiere n'auoit de ſoy aucune reſiſtance: le reſte, ſçauoir les difficultez qui ſuruiennent de la part de la matiere, appartenant à vne autre conſideration. Ioint que noſtre Propoſition eſt de trouuer vne puiſſance qui puiſſe ſouſtenir vn poids ſur vn plan incliné, à quoy nous auons ſatisfaict. Et quand il ſera queſtion de faire monter le meſme poids ſur le plan, il faudra adiouſter à la puiſſance que nous auons trouuée, des forces ſuffiſantes pour ſurmonter toutes les difficultez qui ſuruiendrót de la part de la matiere.

COROLLAIRE VI.

Pour ce que la viz n'eſt autre choſe qu'vne ſuperficie inclinée à lentour de quelque corps rond, il paroiſt qu'elle reçoit les meſmes demonſtrations que le plan incliné; ainſi elle fera vn grand effect auec peu de force, mais il luy faudra plus de temps.

COROLLAIRE VII.

Le Coin repreſente le plus ſouuent deux plans inclinez, & quelquefois vn ſeulement; & c'eſt la meſme choſe de pouſſer à force le coin, ou plan incliné par deſſoubs le poids, que de tirer le poids ſur le meſme plan. Partant le coin

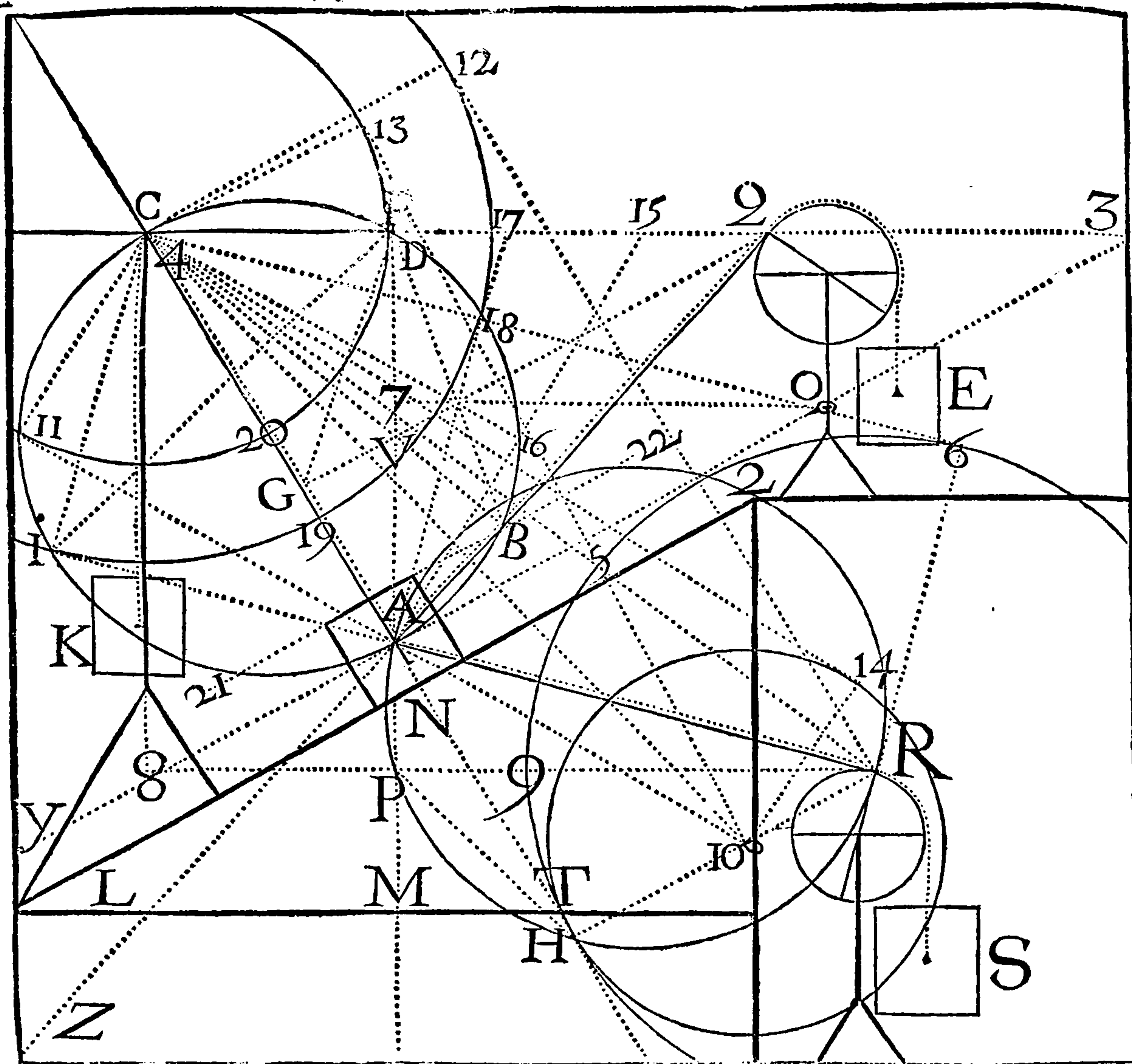
reçoit

reçoit les mesmes demonstrations que le plan incliné: mais il a cette commodité de pouuoir estre assisté de la puissance du Marteau, laquelle est presque incomprehensible, & telle, que toutes les autres puissances ne sont quasi rien à comparaison d'elle. Ainsi le coin assisté du marteau, est le plus fort instrument que nous ayons en la Mechanique.

PROPOSITION II.

Quand la ligne de direction par laquelle vne puissance soustient vn poids sur vn plan incliné, n'est pas parallele au mesme plan; l'inclination du plan estant donnee, & le poids; trouuer la puissance.

CETTE Proposition a deux cas, & vne determination qu'il faut expliquer auant toutes choses. Pour ce faire soit le poids A posé sur le plan incliné L N 2: soit aussi la balance inclinée C A N perpendiculaire au mesme plan, & la balance horizontale C F, auec la ligne A F perpendiculaire sur C F, Y A O parallele au plan L N 2, & N M perpendiculaire au plan horizontal L M, le tout comme en la troisiesme figure. Plus du point N sur le plan incliné L N 2 soit esleuée la perpendiculaire N T, rencontrant le plan horizontal au point T, & soit la mesme ligne T N prolongée iusques en A, centre de pesanteur du poids donné A, afin que la ligne T A puisse, quand il en sera de besoin, representer vne chorde, ou vne ligne ferme. Maintenant il est clair que si la ligne de direction par laquelle vne puissance soustient le poids A, est la ligne A F, qui est la ligne de direction du mesme poids, la puissance doit estre esgale au poids, par le second Axiome; & en cet estat le poids A estant entierement soustenu par la puissance F, il n'appuyera plus sur le plan incliné L N 2, par la commune cognoissance. Il n'appuyera pas aussi, à plus forte raison, sur le mesme plan incliné, si la ligne de direction par laquelle la puissance le soustient, est posée entre A F, & A Y diuisant l'angle F A Y. Comme si la puissance tire le poids A par la ligne de direction I A, tant s'en faut qu'elle soustienne le poids sur le plan incliné, qu'au contraire elle le fera descendre, & separer du mesme plan, le faisant venir au dessoubs d'elle-mesme, pour le soustenir librement par la ligne de direction du mesme poids, ce qui est assez clair de soy-mesme. Ainsi il ne faut pas que la puissance qui doit soustenir le poids A sur le plan incliné L N 2, tire par vne ligne de direction posée entre A F & A Y. Il ne faut pas aussi que la ligne de direction de la puissance soit A Y, ny entre A Y & A T: car en cet estat la puissance feroit glisser & descendre le poids sur le plan incliné, en lieu de le soustenir, ce qui est encore clair; comme si la puissance tire par la ligne A Z. Or nous supposons que le plan ne donne aucun empeschement à la ligne A Z, ny à ses pareilles qui trauersent le mesme plan: que si cette penetration choque l'imagination de ceux qui ne se veulent point destacher de la matiere, qu'ils s'imaginent que le plan est ouuert le long de la ligne L N 2, expres pour donner passage aux chordes desquelles nous auons besoin pour tirer par dessouz le plan; ce que nous auons fait aux plans desquels nous nous seruons quand nous voulons auoir le plaisir de voir l'experience faire paroistre aux sens les veritez que la raison auoit descouuertes & concluës auparauant. Il faut entendre de mesme que le plan L N 2 ne donne aucun empeschement à la balance C A N. En fin



quand la puiſſance, par la ligne A T, tire le poids perpendiculairement contre le plan L N 2, elle le faict bien appuyer plus fort contre le meſme plan, mais elle ne luy oſte pas l'inclination qu'il a de gliſſer; partant cette inclination demeurant au poids, ſans que rien luy reſiſte, il gliſſera, ſi le plan eſt parfait, qu'elle que puiſſe eſtre la puiſſance qui le tire par la ligne A T perpendiculaire au plan L N 2, laquelle puiſſance ne contribuë rien pour faire monter ny deſcendre le poids ſur le plan, employant toute ſa force à le faire appuyer plus fort contre le meſme plan : ce que nous demonſtrerons amplement au quatrieſme Scholie ſuiuant. Il reſte donc à examiner deux poſitions de la puiſſance, l'vne quand ſa ligne de direction eſt entre A F & A O, diuiſant l'angle F A O, comme ſi la ligne de direction eſt A Q, & la puiſſance en Q, ou par deſſus vne poulie en E; & cette poſition fait le premier cas de la Propoſition. La ſeconde poſition, qui fait le ſecond cas, eſt quand la ligne de direction de la puiſſance eſt entre A O & A T, comme ſi la ligne de direction eſt A R, & la puiſſance en R, ou par deſſus vne poulie en S. Mais ces deux cas ne ſont differents qu'en la conſtruction, car la demonſtration eſt de meſme en l'vn qu'en l'autre. Que ſi la ligne Q A eſt continuée vers A tant que l'on voudra iuſques en Z, & R A iuſques en I, ce ſera le meſme de pouſſer le poids A vers Q par la ligne de direction Z A, que de le tirer par la ligne Q A : & le meſme de pouſſer par la ligne I A, que de tirer par R A, par le ſecond Axiome : partant vne meſme demonſtration ſeruira tant pour tirer que pour pouſſer.

Donc au premier cas ſoit la ligne de direction A Q, par laquelle la puiſſance Q ou E ſouſtient le poids A donné, & poſé ſur le plan incliné L N 2, l'angle de l'inclination N L M eſtant donné, & l'angle O A Q compris par la ligne A O parallele au plan L N 2, & par la ligne A Q, par laquelle tire la puiſſance Q ou E; il faut cognoiſtre cette puiſſance Q ou E. Du poinct C ſur la ligne Q A, ſoit menée la perpendiculaire C B, laquelle tombera entre les points Q & A, d'autant que les angles A Q C, Q A C ſont aigus; & cette perpendiculaire C B ſera donnée; d'autant que le triangle C A B eſt donné, la ligne C A eſtant donnée par conſtruction, l'angle B droit, & l'angle C A B complement de l'angle B A O. Soit auſſi fait que comme la ligne B C donnée eſt à la ligne C F donnée, ainſi le poids A donné ſoit à la puiſſance Q ou E, laquelle ſera donnee. Ie dis que cette puiſſance Q ou E trouuee comme nous venons de dire, eſt celle que l'on demande. Car ſoit la puiſſance O laquelle tirant par la ligne A O parallele au plan incliné L N 2, ſouſtienne le poids A ſur le meſme plan, ou ſur la balance C A, le tout comme en la premiere Propoſition. Il y a donc meſme raiſon de la puiſſance O au poids A que de la ligne C F à la ligne C A, par la premiere Propoſition, & comme le poids A eſt à la puiſſance Q ou E, ainſi la ligne C B eſt à la ligne C F, par la conſtruction; donc par raiſon eſgale en proportion troublee, la puiſſance O eſt eſt à la puiſſance Q ou E, comme la ligne C B eſt à la ligne C A. Mais la puiſſance Q ou E, tirant par la ligne Q A oblique au bras de la balance C A, tire de meſme que par la diſtance C B repreſentant le bras de la balance, par le troiſieſme Axiome, à laquelle diſtance C B la ligne de direction Q B A eſt perpendiculaire. Puis donc que la puiſſance Q ou E tire perpendiculairement ſur la diſtance C B, & que la puiſſance O tire auſſi perpendiculairement ſur la diſtance C A; & que la proportion eſt reciproque de la puiſſance O à la puiſſance Q ou E, & de la diſtance C B, par laquelle tire la puiſſance Q ou E, à la diſtance C A, par laquelle tire la puiſſance O, les puiſſances tireront eſgalement par la ſix & ſeptieſme Propoſition du premier liure des Mechaniques d'Archimede, ou par ce qui s'en peut deduire facilement, ce que nous auons fait en noſtre Mechanique en deux manieres toutes differentes. Mais la puiſſance O tirant par la diſtance C A maintient en equilibre la balance C A auec le poids A poſé ſur le plan incliné L N 2, & l'empeſche de gliſſer ſur le meſme plan, par la premiere Propoſition: donc la puiſſance Q ou E tirant par la diſtance C B ou C A, maintiendra de meſme la balance C A en equilibre, & empeſchera le poids A de gliſſer. Et la chorde Q A eſtant attachée au centre de peſanteur A, elle deſchargera la balance, laquelle par ce moyen n'appuyant plus ſur ſon centre, ſera inutile par le cinquieſme Axiome. Partant la puiſſance Q ou E tirant par la chorde Q A, ſouſtient le poids donné A ſur le plan L N 2, duquel l'angle de l'inclination N L M eſt donné: & la puiſſance Q ou E eſt donnée, qui eſt ce que l'on demande.

Au ſecond cas ſoit la ligne de direction A R, par laquelle la puiſſance R ou S ſouſtient le poids A donné & poſé ſur le plan incliné L N 2; l'angle O A R eſtant donné, & le reſte comme cy-deſſus, il faut cognoiſtre cette puiſſance R ou S. D'autant que l'angle C A O eſt droit, l'angle C A R ſera obtus & donné; & la ligne R A eſtant continuée vers A iuſques en I, auquel point tombe la perpendiculaire C I, le triangle rectangle C A I ſera donné, & la perpendiculaire C I donnée. Soit donc fait que comme la ligne C I donnée

eſt à la ligne C F donnée, ainſi le poids A donné ſoit à la puiſſance R ou S, laquelle ſera donnée. Ie dis que cette puiſſance R ou S trouuée comme nous venons de dire, eſt celle que l'on demande. Le reſte de la conſtruction, & toute la demonſtration eſt comme auparauant, prenant icy la chorde R A, la diſtance C I, & la puiſſance R ou S en lieu de la chorde Q A, de la diſtance C B & de la puiſſance Q ou E. Partant, &c.

AVTREMENT

La conſtruction & determination eſtant de meſme qu'auparauant, ſoit poſée vne puiſſance en F eſgale au poids A, laquelle puiſſance tire par la ligne de direction A F vers F, ſçauoir au contraire du poids A: il eſt clair que la puiſſance F tiendra la balance C A en equilibre, comme il a eſté dit en la ſeconde demonſtration de la premiere Propoſition. Or la puiſſance F tire perpendiculairement ſur la diſtance C F; & la puiſſance Q ou E tire perpendiculairement ſur la diſtance C B au premier cas; comme au ſecond cas la puiſſance R ou S tire perpendiculairement ſur la diſtance C I: & tant au premier qu'au ſecond cas les diſtances ſont en proportion reciproque des puiſſances; car, par conſtruction, au premier cas le poids A, c'eſt à dire la puiſſance F, eſt à la puiſſance Q ou E, comme C B eſt à C F: & au ſecond cas le poids A, ou la puiſſance F, eſt à la puiſſance R ou S, comme C I eſt à C F. Partant la puiſſance Q ou E tirant par la chorde Q A; ou bien la puiſſance R ou S tirant par la chorde R A, tient la balance C A en equilibre de meſme que la puiſſance F tirant par la chorde F A. Donc, &c. comme auparauant.

SCHOLIE I.

En cette Propoſition, & particulierement au ſecond cas, il y a vne choſe qui d'abord pourroit paroiſtre eſtrange à pluſieurs; laquelle eſt, que la poſition de la chorde R A pourroit eſtre telle, que la perpendiculaire C I ſeroit eſgale à C F, ou moindre que C F en raiſon donnée telle qu'on voudra; & partant le poids A pourroit eſtre eſgal à la puiſſance R ou S, ou moindre que la meſme puiſſance en telle raiſon qu'on voudra: ainſi il faudroit vne plus grande puiſſance que le poids A, pour ſouſtenir le meſme poids ſur le plan incliné L N 2, tirant ou pouſſant par vne ligne de direction, qui ne ſoit pas parallele au meſme plan. Mais comme la raiſon l'a conclud, ainſi l'experience le fera paroiſtre aux ſens, à ceux qui en voudront faire l'eſpreuue, & qui auront les inſtrumens propres pour ce faire: & la choſe ne paroiſt eſtrange que pour n'auoir pas eſté conſiderée auparauant, & qu'elle n'eſt pas en vſage: la nature, par vne cognoiſſance aueugle, nous portant touſiours à tirer ou pouſſer par des lignes de direction paralleles au plan ſur lequel nous tirons, ou pouſſons vn poids; pour ce que par ces lignes paralleles il faut moins de forces que par les autres, ce qui ſe prouuera tout maintenant. Adiouſtez à cela, qu'il y a d'ordinaire plus de commodité en la practique de tirer, ou pouſſer par des lignes paralleles au plan, que par d'autres qui ne ſont pas paralleles au meſme plan.

Or qu'il faille moins de forces pour tirer ou pouſſer vn poids ſur vn plan incliné, par vne ligne de direction parallele au meſme plan, que par vne qui

ne soit pas parallele; il se prouue facilement en consequence de ce que nous auons demonstré en la seconde Proposition. Car au premier cas il y a moindre raison de C B à C F, que de C A à C F, pour ce que C B est moindre que C A: mais comme C B est à C F, ainsi le poids A est à la puissance Q ou E, par la seconde Proposition: & comme C A est à C F, ainsi le poids A est à la puissance O par la premiere Proposition. Donc il y a moindre raison du poids A à la puissance Q ou E, que du mesme poids A à la puissance O; & partant la puissance O est moindre que la puissance Q ou E. Au second cas la perpendiculaire C I estant encore moindre que la ligne C A, il y a moindre raison de C I à C F, que de C A à C F, &c. comme au premier cas.

SCHOLIE II.

Le plan incliné, & le poids qui est posé dessus estant tousiours les mesmes; plus la ligne de direction de la puissance fera l'angle grand auec le mesme plan, plus il faudra vne grande puissance pour soustenir le poids sur le plan.

Icy il y a deux cas, desquels le premier est quand la ligne de direction de la puissance est entre A O & A F; le second est quand la ligne de direction de la puissance est entre A O & A T. Au premier cas soit la puissance Q tirant par la chorde A Q, & faisant auec la ligne A O l'angle O A Q: soit aussi la puissance 15 tirant par la chorde A 15, & faisant auec la ligne A O l'angle O A 15 plus grand que l'angle O A Q; & ainsi la ligne A 15 soit plus proche de la ligne A F que la ligne A Q. Et que chacune des puissances Q, 15 puisse soustenir le poids A sur le plan incliné L N 2. Ie dis que la puissance 15 est plus grande que la puissance Q. Car sur la ligne A 15 soit abaissée la perpendiculaire C 16, le reste de la construction estant comme en la Proposition precedente: il est clair, par la mesme Proposition, que le poids A est à la puissance 15 comme la ligne C 16 est à C F: & que le poids A est à la puissance Q, comme C B est à C F: mais la raison de C 16 à C F est moindre que de C B à C F, pource que C 16 est moindre que C B; partant la raison du poids A à la puissance 15 est moindre que du poids A à la puissance Q, & par consequent la puissance 15 est plus grande que la puissance Q, par la dixiesme Proposition du cinquiesme d'Euclide. Au second cas soit la puissance R tirant par la ligne A R, qui faict auec la chorde A O l'angle R A O: & la puissance 10 tirant par la chorde A 10 qui faict auec la ligne A O l'angle 10 A O plus grand que l'angle R A O, mais moindre que l'angle T A O, & ainsi la ligne A 10 soit plus proche que la ligne A R de la ligne A T perpendiculaire au plan L N 2; & que chacune des puissances R, 10 puisse soustenir le poids A sur le plan incliné L N 2. Ie dis que la puissance 10 est plus grande que la puissance R. Car du point C sur la ligne A 10 prolongée vers A tant que de besoin, soit abaissée la perpendiculaire C 11, le reste de la construction estant comme auparauant; il est clair, par la seconde Proposition, que le poids A est à la puissance R, comme I C est à C F: & le mesme poids A à la puissance 10 comme C 11 est à C F: mais la raison de I C est plus grande que de C 11 à C F, pource que I C est plus grande que C 11; partant la raison du poids A à la puissance R est plus grande que du poids A à la puissance 10: & par consequent la puissance R est moindre que la puissance 10, par la dixiesme Proposition du cinquiesme d'Euclide.

COROLLAIRE.

Puis qu'au premier cas de ce Scholie il a esté demonstré que la puissance est d'autant plus grande, que sa ligne de direction approche plus de la ligne AF, qui est le terme iusques ou les puissances sont vtiles de ce costé là, par la determination de la seconde Proposition ; & que la puissance qui tire par A F doit estre esgale au poids, par le second Axiome ; il est clair que les autres puissances seront tousiours moindres que le mesme poids. Mais au second cas de ce mesme Scholie, puis qu'il a esté demonstré que la puissance est d'autant plus grande, que sa ligne de direction approche plus de la ligne A T perpendiculaire au plan incliné ; laquelle ligne A T est le terme au delà duquel les puissances sont inutiles de ce costé là, par la determination de la seconde Proposition; il est clair, par la commune cognoissance, que de ce costé là, la ligne A T est celle par laquelle il faudroit la plus grande puissance de toutes, pour, en tirant par icelle, soustenir le poids A sur le plan incliné L N 2.

SCHOLIE III.

PROBLEME.

Estant donné vn plan incliné, vn poids, & vne puissance plus grande que la moindre qui peut soustenir le poids donné sur le plan donné; trouuer la ligne de direction par laquelle la puissance donnee tirant, soustiendra le mesme poids sur le mesme plan incliné : & donner aussi l'angle que cette ligne de direction fera auec le plan.

En la mesme figure de la seconde Proposition soit donné le plan incliné L N 2, & sur iceluy le poids A posé comme il est : soit aussi donnee vne puissance plus grande que la puissance O ou 3, qui est la moindre de toutes celles qui peuuent soustenir le poids A sur le plan L N 2 ; & qu'il faille trouuer la ligne de direction par laquelle doit tirer la puissance donnee, pour soustenir le mesme poids A sur le mesme plan L N 2. Soit A F la ligne de direction du poids A, la balance C A perpendiculaire au plan L N 2, la ligne C F perpendiculaire sur F A, &c. comme en la seconde Proposition. Donc, par la premiere Proposition, la puissance O sera au poids A, comme la ligne C F est à la ligne C A; mais la puissance donnee est plus grande que la puissance O, partant la puissance donnee aura plus grande raison au poids A que la ligne C F à la ligne C A. Soit fait que comme la puissance donnee est au poids A, ainsi la ligne C F soit à la ligne C 19 : lors il y aura plus grande raison de C F à C 19, que de C F à C A ; & par consequent C 19 sera moindre que C A. Que si la puissance donnee est esgale au poids A, la ligne C 19 sera esgale à C F. Et si la puissance donnee est plus grande que le poids A, la ligne C 19 sera moindre que C F. Et au contraire, si la puissance donnee est moindre que le poids A, la ligne C 19 sera plus grande que C F, toutes lesquelles choses sont faciles à prouuer. Maintenant du centre C & de l'interualle C 19 soit descrit le cercle I 19-12 lequel, si C 19 est plus grande que C F, coupera la ligne C Q entre les points F, 3 : si C 19 est esgale à C F, le cercle descrit de l'interualle C 19 coupera la ligne C Q au point F : autrement le mesme cercle coupera la ligne C Q entre C, F. En tous cas soient du point A centre du

poids, menees deux lignes touchantes le mesme cercle, l'vne d'vne part, l'autre de l'autre de la ligne A C; sçauoir la ligne A 18 touchant au point 18 de la part de la ligne C Q; & la ligne A I touchant au point I de l'autre part vers la ligne C 8 : puis soient menees les lignes C 18 & C I: & considerons premierement la tangente A 18, laquelle estant prolongee rencontre la ligne C Q au point 17, lequel point selon que le cercle I 19-18 coupera la ligne A Q entre les points F, 3; ou au point F; ou entre C, F; sera aussi entre les mesmes points F, 3; ou au point F; ou entre les points C, F: posons que ce point 17 tombe entre F, 3; & soit la ligne A 17, vne chorde, par laquelle la puissance donnee tire le poids A: il est clair, par la seconde Proposition que cette puissance tirant par la ligne A 17, soustiendra le poids A sur le plan incliné L N 2; puis que, par la construction, la perpendiculaire C 18 est à C F comme le poids A est à la puissance donnee. Si le point 17 tombe en F, ou entre C, F; il est clair par la determination de la seconde Proposition, que la puissance sera inutile de ce costé là : & ainsi du mesme costé la puissance donnee ne sera vtile que quand elle sera moindre que le poids donné: ce qui a desia esté remarqué au Corollaire du second Scholie. Considerons en second lieu la tangente A I de l'autre part, quelle qu'elle soit, & quelle que soit la puissance donnee; pourueu qu'elle soit plus grande que la puissance O: & soit prolongee icelle tangente I A vers A iusques en R; soit aussi vne chorde A R par laquelle tire la puissance donnee, qui soit R ou S; il est clair, par la seconde Proposition, que la puissance R ou S tirant par la chorde R A, soustiendra le poids A sur le plan incliné L N 2; puis que, par la construction, la perpendiculaire C I est à la ligne C F comme le poids A est à la puissance donnee R ou S. Et en tous les deux cas l'angle 17 A O, ou R A O sera cogneu; qui est ce que l'on demande.

COROLLAIRE.

Au second cas de ce troisiesme Scholie, auquel la tangente R A I touche le cercle vers la ligne C 8; plus la puissance sera grande, plus la ligne C F aura grande raison à la perpendiculaire C I; & ainsi la perpendiculaire C I sera dautant plus courte : & quand la puissance donnee augmentera tant que l'on voudra, cette perpendiculaire C I diminuëra à proportion : cependant la ligne I A R fera tousiours auec la ligne C A l'angle aigu I A C, au sommet duquel angle sera l'angle T A R aussi aigu, faisant partie de l'angle droit T A O. Partant le reste, sçauoir l'angle R A O sera tousiours aigu, quelle que puisse estre la puissance R donnee tirant par la chorde R A & soustenant le poids A sur le plan incliné L N 2; estant cette puissance R ou S plus grande que la puissance O. Et par consequent en ce second cas la chorde A R sera tousiours entre la ligne A O paralelle au plan incliné, & la ligne A T perpendiculaire au mesme plan. Or ce que l'on remarquera particulierement au second cas, & qui seruira au Scholie suiuant, est que la puissance donnee pourra estre plus grande que le poids A tant de fois, & en telle raison que l'on voudra, selon laquelle raison on proportionnera la ligne C F à la ligne C 19, ou C I, faisant le reste comme cy-dessus: & tousiours la chorde A R sera entre A O & A T.

SCHOLIE IV.

De ce que nous auons demonstré cy-dessus au second & troisiesme Scholie, il

nous ſera facile de prouuer qu'il ny aura aucune puiſſance finie, tant grande qu'elle puiſſe eſtre, laquelle tirant par la chorde A T perpendiculaire au plan incliné L N 2, puiſſe ſouſtenir le poids A ſur le meſme plan. Car s'il y en a vne telle, ſoit icelle T, ſi faire ſe peut. Maintenant ſoit priſe vne autre puiſſance 10 plus grande que T; & par le troiſieſme Scholie ſoit trouuee la chorde A 10 par laquelle cette plus grande puiſſance 10 tirant ſouſtienne le poids A ſur le plan incliné L N 2. Donc, par le Corollaire du meſme troiſieſme Scholie, la chorde A 10 ſera entre les lignes A O & A T. Partant entre les chordes A 10 & A T, il s'en trouuerra vne infinité d'autres, par leſquelles des puiſſances ſouſtiendront le meſme poids A ſur le plan L N 2, & ces puiſſances ſeront toutes plus grandes que la puiſſance 10, d'autant que leurs chordes ſeront plus proches de la chorde A T, par le ſecond Scholie : par conſequent les meſmes puiſſances ſeroient beaucoup plus grandes que la puiſſance T, ce qui eſt abſurde, & contre le Corollaire du ſecond Scholie. Donc il ny a aucune puiſſance finie laquelle tirant par la ligne A T, puiſſe ſouſtenir le poids A ſur le plan incliné L N 2. Et reuenant à la determination de la ſeconde Propoſition, comme nous auions promis en ce lieu là, il ne faut pas que la puiſſance tire par la ligne A T.

COROLLAIRE.

Puis que c'eſt de meſme de pouſſer par la ligne C A, que de tirer par la ligne A T, il eſt clair qu'il ny aura aucune puiſſance finie, laquelle pouſſant par la ligne C A, empeſche le poids A de gliſſer ſur le plan incliné L N 2. Quand donc il y auroit vn autre plan parallele au plan L N 2, comme le plan 21-22, entre lequel & le plan L N 2, ſeroit compris le poids A preſſé par ces deux plans par telle force qu'on voudra, les plans eſtant parfaitement plans, le poids ne laiſſera pas de gliſſer, d'autant que le plan 21-22 en preſſant fait le meſme effet que la puiſſance qui preſſeroit par la ligne de direction C A, laquelle n'empeſche pas le poids de gliſſer. Et quand les deux plans ne ſeroient pas inclinez, mais perpendiculaires à l'horizon, le meſme effet s'enſuiuroit à plus forte raiſon.

ADVERTISSEMENT.

Il eſt vray qu'en la pratique il n'y a aucun moyen de faire l'experience de ce que nous venons de demonſtrer en ce quatrieſme Scholie, & en ſon Corollaire, pour ce que nous n'auons point de plan parfait : & les ineſgalitez qui ſe rencontrent dans les plans ordinaires, ſont des petites eminences, & concauitez, leſquelles eſtant inſerees les vnes dans les autres, empeſchent le gliſſement, qui ne ſe peut faire ſans colliſion, & briſement des petites parties des corps qui ſe touchent, laquelle colliſion apporte de la reſiſtance, & partant quelque puiſſance eſt requiſe pour vaincre cette reſiſtance, ce qui n'arriueroit pas en vn plan parfait. Et dautant plus que l'ineſgalité des ſuperficies eſt grande, ou que les ſuperficies ſont preſſees l'vne contre l'autre, dautant plus il y a de parties inſerees les vnes dans les autres, & plus profondément, & partant la colliſion eſt dautant plus grande, & la reſiſtance au gliſſement plus grande, pour laquelle ſurmonter il faut dautant plus de puiſſance. Auſſi l'experience nous fait voir que deux corps deſquels les ſuperficies ſont ineſgales, venant à eſtre frottez l'vn contre l'autre par vne colliſion continuelle, les eminences ſe briſent, les

concauitez s'applaniſſent, les ſuperficies s'vniſſent, & les corps gliſſent l'vn ſur l'autre bien plus facilement qu'auparauant: & arriueroit, ſi les ſuperficies pouuoient deuenir parfaitement vnies, que le gliſſement ſe feroit ſans aucune reſiſtance. Nous auons dit cecy pour la conſideration de ceux qui n'eſtant ſçauans que par les ſens & par l'experience, pourroient trouuer eſtrange la concluſion du meſme quatrieſme Scholie & de ſon Corollaire. Car quand à ceux qui donnent à la raiſon, & à l'experience le rang que chacune merite, il ne faut point d'autre aduertiſſement que la raiſon meſme, par laquelle ils ſeront entierement aſſeurez de la concluſion.

PROPOSITION III.

Eſtant donné vn poids ſouſtenu par deux chordes, ou par deux appuys, deſquels la poſition ſoit donnee; trouuer quelle puiſſance il faut à chacune chorde, ou à chacun appuy.

Au diſcours ſuiuant nous prenons pour deux chordes, non ſeulement celles qui ſont ſeparees reellement & de fait; mais auſſi vne meſme chorde laquelle faict vn angle: car les deux portions compriſes entre l'angle & chacune des deux extremitez de la chorde, repreſentent deux chordes differentes liees enſemble au ſommet de l'angle. Au contraire deux chordes liees enſemble, & poſees en vne meſme ligne droite, ne repreſentent qu'vne ſeule chorde.

CETTE Propoſition depent preſque entierement de la ſeconde, & la meſme figure ſert pour toutes les deux: & ce que nous dirons des chordes ſe doit auſſi entendre des appuys. Or en general elle a deux cas: le premier eſt quand les deux chordes auſquelles eſt pendu le poids ſont paralleles entre elles: le ſecond eſt quand les deux chordes ſont inclinees l'vne à l'autre. Au premier cas il n'y a point de difficulté: car il faut que les chordes ſoient paralleles non ſeulement entre elles, mais auſſi à la ligne de direction du poids, & en ce cas chacune ſouſtiendra vne portion du poids laquelle ſera à l'autre portion en proportion reciproque des diſtances qui ſeront entre le centre de peſanteur du poids & chacune des chordes, par la raiſon du leuier, ainſi qu'il eſt demonſtré par Guid-vbalde au troiſieſme Corollaire de la ſeconde Propoſition du leuier, & les deux puiſſances priſes enſemble ſeront eſgales au poids; par le quatrieſme Corollaire ibidem. Le ſecond cas ſe diuiſe derechef en trois autres, deſquels le premier eſt quand les deux chordes font angle, & que le poids eſt pendu au ſommet du meſme angle, & les bouts des chordes ſont retenus par des puiſſances, ou par des arreſts: le ſecond eſt quand les deux chordes font angle, auquel eſt vne puiſſance, ou vn arreſt ſouſtenant le poids attaché par deux points differents aux deux bouts des chordes: le troiſieſme eſt quand le poids eſt attaché à deux chordes par deux points differents, & que les chordes ſont retenuës chacune par vne puiſſance ou vn arreſt, ſoit que les meſmes chordes ſoient decuſſees, ou non, entre le poids & les puiſſances, ou les arreſts. Mais la briefueté de ce Traité ne nous permet pas de donner la ſolution du ſecond & troiſieſme cas, qui ne ſont que des cõuerſes du premier, de la demonſtration duquel nous nous contenterons pour le preſent. Quand aux autres, on les trouuerra dans nos Mechaniques, ou nous parlons auſſi du poids ſouſtenu par trois chordes, ou par trois appuys.

Nous conſiderons donc icy deux chordes retenuës chacune par vn bout, l'v-

ne par vne puiſſance, & l'autre par vne autre, ou par des arreſts, en deux lieux differents, deſquelles chordes les deux autres bouts ſe rencontrent,& font angle, au ſommet duquel eſt pendu vn poids donné, & la poſition de chacune chorde eſt donnee: on demande chacune des puiſſances; ſuppoſant que les deux enſemble ſouſtiennent le poids: ou, ce qui eſt de meſme, on demande quelle reſiſtance apporte chacun des arreſts ſouſtenants le poids par les chordes donnees.

Soit donc le poids A duquel la ligne de direction eſt A F, & ſoit l'vne des chordes donnees C A retenuë par l'arreſt, ou la puiſſance C; & que la chorde C A face auec la ligne F A l'angle aigu donné C A F; & ſoit menee la ligne C F perpendiculaire ſur la ligne de direction A F, laquelle C F ſoit prolongee vers F tant que de beſoin. Quoy poſé l'autre chorde, laquelle auec la chorde C A ſouſtient le poids A, doit eſtre en meſme plan que le triangle C A F, autrement le poids ne ſubſiſteroit pas en cet eſtat: ce que nous ſuppoſons eſtre cogneu. Il faut auſſi que l'autre chorde ſoit, à l'eſgard de la ligne de direction A F, de l'autre part de la ligne A C, comme eſt A Q, A O, ou A R, &c. car ſi les deux chordes eſtoient de meſme part de la ligne A F, le poids ne demeureroit pas, mais changeroit de poſition,& viendroit iuſques ſoubs la chorde la plus prochaine de la ligne de direction. Et ſi la chorde eſtoit F A meſme, elle ſouſtiendroit entierement le poids toute ſeule, ſans qu'il fut beſoin d'vne autre: ce que nous ſuppoſons encore eſtre cogneu. Dauantage l'autre chorde fera auec la chorde C A vn angle aigu, ou vn angle droict, ou vn angle obtus. Qu'elle face donc premierement vn angle aigu donné qui ſoit l'angle C A Q, la chorde eſtant A Q E, & ſa puiſſance Q ou E;& l'autre puiſſance eſtant C ou K tirant par la chorde A C K. Du point Q ſoit menee la ligne Q D perpēdiculaire ſur la ligne de direction A F,& la ligne Q G perpendiculaire ſur la chorde C A: & ſoit prolongee Q D tant qu'elle rencontre la chorde A C au point 4. Soit auſſi C B perpendiculaire ſur la chorde A Q. Maintenant, par la 2. Prop. nous auons veu que ſi C A eſt le bras d'vne balance ſur lequel ſoit le poids A retenu par la chorde C A qu'il ne gliſſe le long du bras C A:& que comme C B eſt à C F, ainſi ſoit le poids A à la puiſſance Q ou E tirant par la chorde Q A, cette puiſſance Q ou E tiendra la balance C A en equilibre; & la chorde Q A eſtant attachee au centre du poids A, la balance demeurera deſchargee, & le poids A ſera ſouſtenu partie par la puiſſance Q ou E, partie par le plan L N 2 perpendiculaire à la balance C A; ou en la place du plan L N 2, par la chorde C A, par le Scholie du 4. Axiome. Donc par ce moyen la puiſſance Q ou E eſt trouuee. Par meſme moyen, & par le meſme diſcours de la 2. Prop. ſi Q A eſt pris pour le bras d'vne balance, ſur lequel ſoit poſé le poids A retenu par la chorde Q A, qu'il ne gliſſe ſur le bras Q A: & que comme G Q eſt à Q D, ainſi le poids A ſoit à la puiſſance C ou K, cette puiſſance C ou K tirant par la chorde C A, tiendra la balance Q A en equilibre; & la chorde C A eſtant attachee au centre du poids A, la balance Q A demeurera deſchargee, & le poids A ſera ſouſtenu partie par la puiſſance C ou K tirant par la chorde C A, & partie par la chorde Q A. Or dautant que l'angle G A Q eſt donné, & les chordes A Q & A C, auec les angles C A F, Q A D, les perpendiculaires C B, Q G, C F, & Q D ſont donnees, & leurs raiſons auſſi donnees;& partant les raiſons du poids donné A aux puiſſances Q ou E, & C ou K; leſquelles puiſſances par conſequent ſeront donnees; & elles ſouſtiennent le poids A par les chordes Q A & C A, qui eſt ce que l'on demande.

Secondement soit la chorde A O faisant auec la chorde C A l'angle droict C A O, & du point O sur la ligne de direction A F, soit menee la perpendiculaire O 7. Soient aussi les puissances O, C, lesquelles tirant par les chordes O A & C A, soustiennent le poids A. Maintenant, par la premiere Proposition, estant imaginé le bras de la balance C A, sur lequel soit le poids A retenu par la chorde C A, qu'il ne glisse sur le bras C A, & faisant que comme A C est à C F, ainsi le poids A soit à la puissance O, cette puissance O tirant par la chorde O A, tiendra la balance en equilibre; & la chorde A O estant attachee au centre du poids A, la balance sera deschargee, & le poids A reposera sur la chorde A O, & sur le plan L N 2, ou en sa place, sur la chorde C A, par le Scholie du quatriesme Axiome. Par le mesme moyen & par le mesme discours de la premiere Proposition, prenant A O pour le bras de la balance, &c. on conclura que le poids A est à la puissance C tirant par la chorde C A, comme A O est à O 7; ou, ce qui est de mesme, comme C A est à C F, à cause des triangles semblables A O 7, A C F. Or dans les triangles A C F, A O 7 tout est donné, & le poids A donné, partant les puissances C, O sont donnees; & elles soustiennent le poids A sur les chordes C A & A O; qui est ce que l'on demande.

En troisiesme lieu soit la chorde A R faisant auec la chorde C A l'angle obtus donné C A R, & du point R soit menee la ligne R P perpendiculaire sur la ligne de direction F A prolongee vers A, s'il en est besoin: soit aussi menee R H perpendiculaire sur la chorde C A prolongee; & C I perpendiculaire sur la chorde R A aussi prolongee: & soit la puissance R ou S tirant par la chorde R A, & la puissance C ou K tirant par la chorde C A, lesquelles puissances tirant ainsi soustiennent le poids A; il faut trouuer chacune des mesmes puissances. Or, par la seconde Proposition, estant imaginé le bras de la balance C A, nous conclurons que comme C I est à C F, ainsi le poids A est à la puissance R ou S qui sera donnee, & tiendra la balance C A en equilibre: & la chorde R A estant attachee au centre du poids A, la balance C A demeurera deschargee, & le poids A sera soustenu partie par la chorde R A, & partie par le plan L N 2, ou en sa place, par la chorde C A, par le Scholie du quatriesme Axiome. Reste à trouuer la puissance C ou K, pour laquelle soit faict que comme R H est à R P, ainsi le poids A soit à la puissance C ou K, laquelle ie dis estre celle que l'on demande. Car soit imaginé le bras d'vne balance R A, sur lequel soit posé le poids A, & soit vne puissance F laquelle tirant par la ligne de direction F A, tienne le bras R A en equilibre auec son poids A; il est clair, que la puissance F soustenant le poids A par la ligne de direction du mesme poids, luy sera esgale, par le second Axiome. Mais la puissance F tirant sur le bras R A tire de mesme que sur le bras ou la distance R P, par le troisiesme Axiome; & la puissance C ou K tirant sur le bras R A tire de mesme que sur le bras ou la distance R H, par le mesme troisiesme Axiome. Puis donc que la puissance F tire perpendiculairement sur sa distance R P; & que la puissance C ou K tire aussi perpendiculairement sur sa distance R H; & qu'en proportion reciproque, il y a mesme raison de la distance R H à la distance R P, que du poids A ou de la puissance F à la puissance C ou K, par construction; la puissance F sur le bras R P ou R A, fera le mesme effet que la puissance C ou K sur le bras R H ou R A: mais la puissance F tient le bras R A en equilibre, par la construction; donc la puissance C ou K tiendra de mesme le bras R A en equilibre, & la chorde C A estant attachee au centre du poids A le bras demeurera deschargé, & demeureront les seules chordes C A & R A,

auec leurs puiſſances leſquelles ſouſtiendront le poids A;& les puiſſances ſont donnees, qui eſt ce que l'on demande. Que ſi T A eſt vn appuy en lieu de la chorde C A: & Z A, ou Y A, ou I A vn autre appuy en lieu de la chorde Q A, ou O A, ou A R, il eſt clair, que ces appuys feront le meſme effet que les chordes, par le ſecond Axiome:& par le meſme Axiome, ſi C, Q ſont des arreſts, ils feront le meſme effet que les puiſſances.

COROLLAIRE.

On remarquera donc qu'en tous les cas on tire de chacune puiſſance deux perpendiculaires, l'vne ſur la ligne de direction du poids, l'autre ſur la chorde de l'autre puiſſance; & que dans les raiſons du poids aux puiſſances, le poids eſt homologue aux perpendiculaires tombantes ſur les chordes des puiſſances, & les puiſſances ſont homologues aux perpendiculaires tombantes ſur la ligne de direction du poids. Comme le poids A eſt homologue aux perpendiculaires C B, Q G, C A, O A, C I, & R H, leſquelles tombent des puiſſances ſur les chordes: & les puiſſances C, Q, E, O, R, ou S ſont homologues aux perpendiculaires Q D, C F, O7, ou R P tombantes ſur la ligne de direction A F: & touſiours le poids eſt à la premiere puiſſance, comme la perpendiculaire tombante de la ſeconde puiſſance ſur la chorde de la premiere, eſt à la perpendiculaire tombante de la ſeconde puiſſance ſur la ligne de direction du poids: & reciproquement le poids eſt à la ſeconde puiſſance comme la perpendiculaire tombante de la premiere puiſſance ſur la chorde de la ſeconde, eſt à la perpendiculaire tombante de la premiere puiſſance ſur la ligne de direction du poids: ce que l'on remarquera en toutes les raiſons des trois cas, pour ce que cecy ſeruira au Scholie ſuiuant.

SCHOLIE PREMIER.

En cette Propoſition quand les chordes ſont inclinees de ſorte que toutes les deux peuuent rencontrer la ligne C F perpendiculaire à la ligne de direction A F, l'vne d'vne part & l'autre de l'autre du point F, il s'y rencontre vne choſe de remarque que nous n'auons pas voulu oublier, & laquelle eſt telle.

Soit premierement l'angle aigu C A Q auquel la chorde A Q rencontre la ligne C F au point Q; en ſorte que des chordes C A & A Q, & de la ligne C F Q il ſe face vn triangle C A Q, duquel les trois perpendiculaires tombantes des trois angles ſur les trois coſtez ſoient A F, C B, & Q G, leſquelles s'entre-coupent en vn meſme point qui ſoit V. (car de quelque triangle que ce ſoit les trois perpendiculaires s'entre-coupent touſiours en vn meſme point, lequel point aux triangles oxigones eſt dans les meſmes triangles: aux triangles rectangles ce point eſt au ſommet de l'angle droit: & aux triangles amblygones le meſme point eſt hors les triangles) Ie dis que ſi les puiſſances C, Q ſouſtiennent le poids A pendu par les chordes C A & Q A, il y aura meſme raiſon de C Q à Q V, que du poids A à la puiſſance C; & meſme raiſon de C Q à C V que du poids A à la puiſſance Q; & partant meſme raiſon de C Q aux deux lignes enſemble Q V & C V que du poids A aux deux puiſſances enſemble C, & Q. Car il a eſté demonſtré cy-deſſus que G Q eſt à Q F, comme le poids A eſt à la puiſſance C: mais comme G Q eſt à Q F ainſi C Q eſt à Q V, à cauſe des triangles

gles rectangles ſemblables G Q C, F Q V; partant le poids A eſt à la puiſſance C, comme C Q eſt Q V. Pareillement il a eſté demonſtré que le poids A eſt à la puiſſance Q comme B C eſt à C F, mais B C eſt à C F comme Q C eſt à C V, à cauſe des triangles rectangles ſemblables B C Q, F C V; partant le poids A eſt à la puiſſance Q comme Q C eſt à C V; & par la vingt-quatrieſme Propoſition du cinquieſme d'Euclide, le poids A ſera aux deux puiſſances enſemble C, Q comme la ligne C Q eſt aux deux enſemble Q V & C V.

Secondement ſoient les chordes C A & A O qui facent l'angle droit C A O; & que la chorde A O prolongee, s'il en eſt beſoin, rencontre la ligne C F auſſi prolongee au point 3. & ſoit le poids A & la puiſſance C comme auparauant; & la puiſſance 3 en lieu de la puiſſance O qui luy ſoit eſgale. Or les trois perpendiculaires du triangle C A O, tombantes des trois angles ſur les coſtez oppoſez, ſont A F, C A, & 3 A, leſquelles ſe coupent au point A. Ie dis que le poids A eſt à la puiſſance C comme la ligne C 3 eſt à la ligne 3 A; & que le poids A eſt à la puiſſance 3 comme C 3 eſt à C A; & partant que le poids A eſt aux deux puiſſances enſemble C & 3 comme la ligne C 3, & aux deux enſemble 3 A, & C A. Car il a eſté demonſtré que le poids A eſt à la puiſſance C, comme la ligne A O eſt à O 7, c'eſt à dire comme la ligne A 3 eſt à 3 F, ou C 3 à 3 A, à cauſe des triangles ſemblables A O 7, A 3 F, & C 3 A. Pareillement il a eſté demonſtré que le poids A eſt à la puiſſance O, ou à la puiſſance 3 eſgale à la puiſſance O, comme A C eſt à C F, c'eſt à dire comme 3 C eſt à C A, à cauſe des triangles ſemblables A C F, 3 C A. Donc par la vingt-quatrieſme Propoſition du cinquieſme d'Euclide, le poids A ſera aux deux puiſſances C, 3 priſes enſemble, comme la ligne C 3 eſt aux deux enſemble 3 A, & C A.

En troiſieſme lieu ſoient les chordes C V & Q V qui facent l'angle obtus C V Q; & ſoit le poids V, & les puiſſances C, Q, leſquelles ſouſtiennent le poids V par les chordes C V & Q V. Soient auſſi les trois perpendiculaires du triangle C V Q, ſçauoir V F ligne de direction du poids V, prolongee vers V en dehors de l'angle obtus, laquelle V F ſoit perpendiculaire ſur le coſté C Q: C G perpendiculaire de l'angle C ſur le coſté oppoſé Q V prolongé iuſques en G; laquelle C G prolongee rencontre F V auſſi prolongee au point A: & Q B perpendiculaire de l'angle Q ſur le coſté oppoſé C V prolongé iuſques en B, laquelle Q B prolongee rencontrera les deux autres perpendiculaires F V & C G au meſme point A. Ie dis que le poids V eſt à la premiere puiſſance C comme la ligne C Q eſt à la ligne Q A: & que le poids V eſt à la ſeconde puiſſance Q comme C Q eſt à C A; & partant le poids V aux deux puiſſances enſemble C, Q comme la ligne C Q eſt aux deux enſemble Q A & C A. Car d'autant que Q F eſt perpendiculaire ſur la ligne de direction F V; & Q B perpendiculaire ſur la chorde C V prolongee, le poids V ſera à la puiſſance C comme Q B eſt à Q F, par le Corollaire precedent; c'eſt à dire comme C Q eſt à Q A, à cauſe de triangles rectangles ſemblables B Q C, F Q A. D'autant auſſi que C F eſt perpendiculaire ſur la ligne de direction V F; & C G perpendiculaire ſur la chorde Q V prolongee, le poids V ſera à la puiſſance Q comme C G eſt à C F, par le Corollaire precedent; c'eſt à dire comme Q C eſt à C A, à cauſe des triangles rectangles ſemblables G C Q, F C A. Puis donc que le poids V eſt à la puiſſance C comme C Q eſt à Q V; & le meſme poids A à la puiſſance Q comme C Q eſt à C A, il s'enſuit, par la vingt-quatrieſme Propoſition du cinquieſme d'Euclide, que le poids V eſt aux deux puiſſances C, Q comme la ligne C Q eſt aux deux enſemble Q A & C A.

COROLLAIRE I.

De ce qui a esté demonstré en ce Scholie, il est clair que le poids est homologue à la ligne menee d'vne puissance à l'autre, sçauoir au premier & troisiesme cas, à la ligne C Q, & au second cas, à la ligne C 3 : & les puissances sont homologues reciproquement aux lignes menees des mesmes puissances iusques au point du concours des perpendiculaires du triangle. Comme au premier cas le poids estant A, & les puissances C, & Q, & le point du concours des perpendiculaires estant V ; la puissance C est homologue à la ligne Q V, & la puissance Q homologue à la ligne C V. Au second cas le poids estant A, & les puissances C, 3, & le point du concours des perpendiculaires estant A, la puissance C est homologue à la ligne 3 A, & la puissance 3 est homologue à la ligne C A. Et au troisiesme cas le poids estant V, & les puissances C, & Q ; & le point du concours des perpendiculaires estant A, la puissance C est homologue à la ligne Q A, & la puissance Q est homologue à la ligne C A. Ce qui est facile à remarquer par la demonstration du mesme Scholie. Ainsi la premiere puissance est homologue à la ligne menee de la seconde puissance iusques au concours des trois perpendiculaires du triangle ; & reciproquement, &c.

COROLLAIRE II.

Par la demonstration du mesme Scholie, il paroist encore que le poids est tousiours moindre que les deux puissances ensemble, le poids estant homologue à vn costé d'vn triangle, & les deux puissances estant homologues aux deux autres costez. Et quand l'vne des chordes, comme R A, ne pourroit concourir auec la ligne C F prolongee vers F, on demonstrera tousiours que le poids sera moindre que les deux puissances ensemble ; veu que mesme il sera moindre, en ce cas, que la puissance C seule ; puis que la perpendiculaire R H, à laquelle le poids est homologue, est moindre que la perpendiculaire R P, à laquelle la puissance C est homologue.

COROLLAIRE III.

Il y a encore icy vne chose digne de remarque, sçauoir la reciprocation des triangles C A Q & C V Q ; lesquels sont tels que V est le point du concours des perpendiculaires du triangle C A Q ; & reciproquement le point A est le concours des perpendiculaires du triangle C V Q ; l'angle C A Q estant aigu, & C V Q estant obtus, & les deux ensemble valants deux droits. Car quand le poids est A estant homologue à la ligne C Q, les puissances C & Q sont homologues aux lignes Q V & C V : & quand le poids est V estant encore homologue à la ligne C Q, les puissances C, Q sont homologues aux lignes Q A & C A. Ainsi les chordes d'vn triangle sont les lignes homologues aux puissances de l'autre reciproquement ; ce qui est demonstré.

COROLLAIRE IV.

Quand A seroit vne puissance en lieu d'vn poids, & que K, C, Q, E, R, ou

S seroient des poids ou des puissances; les chordes & les lignes de direction estant de mesme qu'auparauant, on demonstreroit de la puissance A ce qui a esté demonstré du poids A.

SCHOLIE II.

Par le Scholie precedent nous auons fait voir qu'en tous les cas ausquels les deux chordes qui soustiennent le poids, estant prolongees, s'il en est besoin, concourent auec la ligne C F perpendiculaire à la ligne de direction A F, l'vne d'vne part, & l'autre de l'autre du point F; le poids & les deux puissances estoient homologues aux trois costez d'vn triangle. Mais en ce second Scholie nous demonstrerons en general qu'en quelque disposition que soient le poids & les puissances qui le soustiennent sur deux chordes, pourueu que les chordes ne soient pas entre elles en ligne droite, le poids & les deux puissances sont tousiours homologues aux trois costez d'vn triangle. Pour faire cette demonstration en general il y a trois cas : le premier est quand l'angle compris par les chordes est aigu : le second, quand il est droict : & le troisiesme, quand il est obtus. Au premier cas soient les chordes C A, & A Q faisantes l'angle aigu C A Q ; soit aussi le poids A, sa ligne de direction A F, les perpendiculaires C F, C B, Q G, Q D, & le reste comme au premier cas de la troisiesme Proposition, & soient menees les lignes F B, & G D. Ie dis que les triangles C F B, & Q D G sont semblables, & qu'aux trois costez de celuy que l'on voudra des deux, sont homologues le poids A & les deux puissances C, Q, lesquelles soustiennent le mesme poids A sur les chordes C A & Q A. Car d'autant que les angles C F A, & C B A sont droits, la figure de quatre costez C F B A sera inscriptible en vn cercle; partant l'angle C B F sera esgal à l'angle C A F, & l'angle F C B esgal à l'angle F A B. Par mesme raison la figure Q D G A sera inscriptible en vn cercle, donc l'angle Q G D sera esgal à l'angle Q A D, & l'angle G Q D esgal à l'angle G A D. Par consequent puis que l'angle C B F du triangle C B F, & l'angle G Q D du triangle G Q D, sont esgaux à vn mesme, sçauoir à C A F ou G A D, il s'ensuit que les angles C B F, & G Q D sont esgaux entre eux. Par mesme moyen l'angle F C B du triangle F C B, sera esgal à l'angle Q G D du triangle Q G D, tous deux estant esgaux à l'angle F A B ou Q A D : ainsi les deux angles C B F & F C B du triangle C B F, estant esgaux aux deux angles G Q D & Q G D du triangle Q G D chacun au sien, ces deux triangles C B F, & Q G D seront semblables. Partant B C sera à C F comme Q G est à G D; & B C sera à B F comme Q G est à Q D. Mais comme B C est à C F ainsi le poids A est à la puissance Q par la troisiesme Proposition, & par la mesme Proposition Q G est à Q D comme le poids A est à la puissance C; donc aussi Q G sera à G D comme le poids A est à la puissance Q ; & B C sera à B F comme le poids A est à la puissance C. Il est donc clair qu'au triangle C B F le poids A estant homologue à la ligne C B, la puissance Q sera homologue à la ligne C F, & la puissance C sera homologue à la ligne B F. Et que dans le triangle Q G D le poids A estant homologue à la ligne Q G, la puissance C sera homologue à la ligne Q D, & la puissance Q homologue à la ligne G D.

Au second cas soient les chordes C A & A O soustenantes le poids A, & faisantes l'angle droit C A O; le reste de la construction estant comme au second cas de la troisiesme Proposition. Il est clair que les triangles rectangles C A F,

& A O 7, ou A 3 F sont semblables. Or il a desia esté demonstré que le poids A & les deux puissances C, Q sont homologues aux trois costez du triangle C A F, sçauoir que comme C A est à C F, ainsi le poids A est à la puissance O ou 3: & que comme A O est à O 7, ou A 3 à 3 F, ou C A à A F ainsi le poids A est à la puissance C, par la troisiesme Proposition. Partant le poids A & les puissances C, O qui le soustiennent sur les chordes C A & A O, sont homologues aux trois costez du triangle C A F, ou A O 7, ou A 3 F, ou C 3 A, qui tous sont semblables.

Au troisiesme cas soient les chordes C A & A R soustenantes le poids A, & faisantes l'angle obtus C A R, le reste de la construction estant comme au troisiesme cas de la troisiesme Proposition, & soient menees les lignes H P, & F I. Ie dis que les triangles R H P & C F I sont semblables, & qu'aux trois costez de celuy que l'on voudra des deux, sont homologues le poids A & les puissances C, R qui soustiennent le mesme poids A sur les chordes C A & A R. Car que les triangles R H P & C I F soient semblables, il se demonstrera facilement, pource que les figures de quatre costez R H P A & C I A F sont inscriptibles chacune en vn cercle, parquoy les angles H R P, H A P, C A F, & C I F sont tous esgaux entre eux. Pareillement les angles R P H, R A H, C A I, & C F I sont tous esgaux entre eux. Ainsi le costé H R sera au costé R P, comme le costé C I est au costé I F: & le costé H R sera au costé H P, comme le costé C I est au costé C F. Mais comme R H est à R P, ainsi le poids A est à la puissance C: & comme C I est à C F, ainsi le poids A est à la puissance R, le tout par la troisiesme Proposition, partant R H est à H P comme le poids A est à la puissance R: & C I est à I F comme le poids A est à la puissance C. Il est donc clair qu'au triangle R H P le poids A estant homologue au costé R H, la puissance C sera homologue au costé R P, & la puissance R homologue au costé H P. De mesme au triangle C F I le costé C I estant homologue au poids A, C F sera homologue à la puissance R & F I homologue à la puissance C. Partant en tous cas le poids, & les deux puissances sont tousiours homologues aux trois costez d'vn triangle, lequel triangle est formé des deux perpendiculaires qui tombent d'vne mesme puissance l'vne sur la ligne de direction du poids, l'autre sur la chorde de l'autre puissance, & de la ligne menee de l'vne de ces perpendiculaires à l'autre. Que si de quelque point pris en la ligne de direction du poids, on mene vne ligne parallele à l'vne des chordes iusques à l'autre chorde, le triangle formé de cette parallele, de la ligne de direction, & de la chorde, sera semblable au triangle susdit, & par consequent ses costez seront homologues au poids & aux deux puissances; ce qu'vn Geometre prouuera facilement, auec plusieurs autres proprietez que nous laissons.

COROLLAIRE.

Il s'ensuit que non seulement les deux puissances ensemble sont plus grandes que le poids; mais aussi que le poids pris auec l'vne des puissances sera plus grand que l'autre puissance; d'autant que le poids & les deux puissances sont homologues aux trois costez d'vn triangle, desquels deux pris comme on voudra, sont plus grands que l'autre.

SCHOLIE III.

Les puiſſances demeurant en meſmes lieux, & le poids eſtant touſiours le meſme, & dans vne meſme ligne de direction ; quand l'angle compris par les chordes qui ſouſtiennent le poids, ſera plus grand, il faudra des puiſſances plus grandes pour ſouſtenir le meſme poids par les meſmes chordes.

Cecy ſe demonſtre facilement en ſuitte de la Propoſition precedente, & du premier Scholie, & ſes Corollaires. Car au cas auquel les chordes peuuent concourir toutes deux auec la ligne C F prolongee vers F, plus l'angle compris par les chordes ſera grand, plus le point du concours des perpendiculaires ſera eſloigné du point F; & partant les lignes menees des puiſſances à ce point du concours, ſeront plus longues. Comme ſi les puiſſances ſont C, & Q ; & l'angle compris par les chordes C A Q, le concours des perpendiculaires ſera V, & les lignes menees des puiſſances au concours ſeront C V, & Q V. Que ſi les puiſſances ſont encore C & Q, mais que l'angle ſoit C V Q plus grand que l'angle C A Q, le concours des perpendiculaires ſera au point A plus eſloigné du point F que n'eſt le point V ; & les lignes menees des puiſſances au concours ſeront C A & Q A plus longues que les lignes C V & Q V. Or la ligne C Q eſt touſiours homologue au poids; & les lignes menees des puiſſances au concours des perpendiculaires, ſont reciproquement homologues aux meſmes puiſſances. Partant l'angle des chordes eſtant plus grand ; & par conſequent les lignes menees des puiſſances au concours eſtant plus grandes, les puiſſances ſeront auſſi plus grandes. Mais au cas où l'vne des chordes ne concourt pas auec la ligne C F prolongee, comme quand l'vne des chordes eſt C A, & l'autre A R, l'angle C A R eſt neceſſairement obtus ; partant plus cet angle ſera grand, plus l'angle C A I ſera aigu, & plus la perpendiculaire C I ſera courte ; & partant il y aura plus grande raiſon de C F (qui demeure touſiours la meſme) à C I. Mais C F eſt homologue à la puiſſance R, & C I eſt homologue au poids; partant il y aura auſſi d'autant plus grande raiſon de la puiſſance R au poids ; & ainſi la puiſſance R ſera d'autant plus grande. De meſme plus l'angle obtus C A R ſera grand, plus l'angle R A H ſera aigu, & plus la perpendiculaire R H ſera courte; & partant il y aura plus grande raiſon de R P (qui demeure touſiours la meſme) à R H. Mais R P eſt homologue à la puiſſance C, & R H eſt homologue au poids; partant il y aura auſſi d'autant plus grande raiſon de la puiſſance C au poids ; & ainſi la puiſſance C ſera d'autant plus grande.

COROLLAIRE.

Puis qu'en quelque poſition que ſoient le poids & les puiſſances ; les puiſſances eſtant hors la ligne de direction du poids, doiuent eſtre d'autant plus grandes, que l'angle compris par les cordes eſt grand ; & que plus l'angle eſt grand, plus les chordes approchent de faire entre-elles vne ſeule ligne droicte, il eſt clair par la commune cognoiſſance, que les plus grandes puiſſances de toutes ſerõt celles qu'il faut quãd les chordes ſont entre-elles vne ſeule ligne droicte, en quelque poſition que ſoient le poids & les puiſſances, pourueu que les meſmes puiſſances ſoient hors la ligne de direction du poids, l'vne d'vne part & l'autre de l'autre, de la meſme ligne de direction.

SCHOLIE IV.

PROBLEME.

De deux puiſſances qui ſouſtiennent vn poids donné, eſtant donnee l'vne ; la poſition, ou le lieu de chacune des deux ; & la ligne de direction du poids eſtant donnée par poſition entre les lieux des deux puiſſances ; trouuer l'autre puiſſance ; & le lieu où doit eſtre poſé le poids dans ſa ligne de direction, pour eſtre ſouſtenu par les deux puiſſances ſur deux chordes.

Soiēt C & R les lieux des deux puiſſances, deſquelles la puiſſance C ſoit dōnée ſi grande que l'on voudra ; ſoit auſſi donné vn poids tel qu'on voudra, duquel la ligne de direction ſoit F A donnée par poſition entre les lieux des deux puiſſances C, & R: il faut trouuer dans la ligne F A le lieu du poids donné, & l'autre puiſſance R, en ſorte que les deux puiſſances C & R ſouſtiennent le meſme poids pendu ſur deux chordes au lieu qui aura eſté trouué. Soit menée la ligne C R, & des deux poincts C, R ſur la ligne F A, ſoient menées des lignes perpendiculaires C F & R P: & ſoit fait que comme la puiſſance C eſt au poids donné, ainſi la perpendiculaire R P (ſçauoir celle de la puiſſance incogneuë ſur la ligne de direction) ſoit à quelque ligne parallele à C F, comme R 9. Soit auſſi la ligne R-9-8. eſgale aux deux perpendiculaires R P & C F priſes enſemble; & poſons que R 9 ſoit moindre que R 8; alors du cētre R, & de l'interualle de la ligne R 9 on deſcrira le cercle H-9-5-6 ; & du poinct C on menera vne ligne qui touche le meſme cercle au poinct H au deſſous de la ligne C R ; auquel poinct H ſoit menée la ligne R H perpendiculaire ſur la ligne C H. Or la ligne C H prolongée, s'il en eſt beſoin, coupera F A ; (à cauſe que l'interualle du cercle R 9 eſt moindre que R 8) qu'elle la coupe donc au poinct A, & ſoient menées les chordes R A & C A, auſquelles ſoit pendu le poids donné, au poinct A ; & ſur la chorde R A prolongée, s'il en eſt beſoin, ſoit menée la perpendiculaire C I; & ſoit fait que comme C I eſt à C F, ainſi le poids donné ſoit à la puiſſance R. Il eſt clair par la propoſition precedente que les puiſſances C, R ſouſtiendront le poids donné A ainſi comme il eſt ſur les chordes C A & R A. Si la ligne R 9 trouuée comme cy-deſſus, eſtoit eſgale aux deux enſemble R P & C F, c'eſt à dire à la ligne R 8, la ligne qui du poinct C toucheroit le cercle, ſeroit C 8 parallele à la ligne de direction F A ; & partant le Probleme ſeroit impoſſible. Car autrement qu'il ſoit poſſible, ſi faire ſe peut, & ſoit le poids en A, diſpoſé dans ſa ligne F A, & ſouſtenu par les puiſſances C, R ſur les chordes C A & A R: partant, comme il a eſté demonſtré en la propoſition precedente, la puiſſance C ſera au poids A comme R P eſt à R H ; mais par la conſtruction la puiſſance C eſt au meſme poids A comme R P eſt à vne ligne eſgale aux deux R P & C F priſes enſemble, c'eſt à dire à R 8, donc R H ſeroit eſgale à R 8, ce qui eſt abſurde, le poids A eſtant dans la ligne F A, ſelon la propoſition.

Si R 9 eſt plus grande que R 8, le Probleme ſera encore impoſſible: autrement l'abſurdité ſeroit que R H ſeroit plus grande que R 8.

COROLLAIRE I.

Il faut donc que la puiſſance C aye plus grande raiſon au poids donné, que la

ligne R P aux deux enſemble R P & C F, autrement le Probleme ſera impoſſible. Mais la puiſſance C eſtant eſgale au poids donné, ou plus grande, le Probleme ſera touſiours poſſible; car alors R H ſera eſgale à R P, ou moindre; & partant touſiours moindre que R 8. ce qui eſt facile à demonſtrer.

COROLLAIRE II.

Il eſt clair auſſi que les chordes ne viendront iamais en vne meſme ligne droicte, quelles que puiſſent eſtre les puiſſances C & R. Car d'autãt que la ligne C A H touche le cercle au deſſous de la ligne C R, il arriuera touſiours que le poinct A qui eſt dans la ligne F A, (laquelle paſſe entre C & R, par ſuppoſition) ſera au deſſous de la ligne C R, & partant les chordes feront l'angle C A R au deſſous de la ligne C R: ce qui arriuera de meſme en toute autre poſition de la puiſſance R, O ou Q. &c.

ADVERTISSEMENT.

Si les puiſſances C, R deuoient ſouſtenir le poids auec des appuis, & non pas auec des chordes, il faudroit mener la ligne touchante le cercle, de l'autre part au deſſus de la ligne C R. Mais cette conſideration n'eſt pas vtile à noſtre deſſein; & on en trouuera la ſolution dans nos Mechaniques, auec pluſieurs autres choſes ſur ce ſubiect.

SCHOLIE V.

PROBLEME.

Les deux puiſſances eſtant données, & leurs lieux, & le poids donné, & vne ligne parallele à la ligne de direction du meſme poids: trouuer le lieu du poids, & les chordes par leſquelles les deux puiſſances données le ſouſtiendront. Mais il faut que des trois, ſçauoir du poids & des deux puiſſances, deux enſemble ſurpaſſent l'autre, par le Corollaire du 2. Scholie de la 3. propoſition.

Apres le ſecond Scholie cy-deſſus, cette Propoſition n'a aucune difficulté: Car en la figure qui eſt la meſme qu'auparauant, ſi les puiſſances ſont C, Q données & poſées en leurs lieux; & la ligne C 8 donnée parallele à la ligne A F qui eſt la ligne de direction du poids donné A; le triangle F C B ſera donné en eſpéce, d'autant que ſes trois coſtez ſont homologues au poids & aux deux puiſſances données, ſcauoir le coſté C B au poids A, C F à la puiſſance Q: & F B à la puiſſance C: partant les trois angles ſeront donnez. Mais le coſté C F eſt donné par poſition, eſtant perpendiculaire du poinct donné C ſur la ligne C 8 donnée, & parallele à la ligne de direction A F: donc puis que l'angle F C B eſt donné, la ligne C B ſera donnée par poſition: Or la ligne Q B eſt perpendiculaire du poinct donné Q ſur la ligne C B; partant le poinct B ſera donné, & la ligne C B ſera donnnée de grandeur & de poſition: & la ligne C F auſſi donnée de grandeur & de poſition: & la ligne F A qui coupera la ligne Q B au poinct A: & les chordes C A & Q A ſeront données, &c. En ſuitte de cette Analyſe ou reſolution, la compoſition du Probleme n'eſt que trop facile, ſans que nous nous y arreſtions dauantage.

Si les puiſſances ſont C, R données & poſées en leurs lieux; & la ligne C 8 comme auparauant; le triangle F C I ayãt les trois coſtez homologues, ſçauoir

C I au poids A, F I à lapuiſſance C, & C F à la puiſſance R, ſera donné en eſpece; donc les trois angles ſeront donnez, & le coſté C F eſt donné par poſition, eſtãt perpendiculaire ſur C 8, donc C I ſera donné par poſition, puis que l'angle F C I eſt donné; & R I perpendiculaire du poinct donné R ſur le coſté C I ſera donnee, & le poinct I donné, & la longueur de C I, & de C F, & F A qui coupe la ligne R I au poinct A, &c. la compoſition n'a aucune difficulté.

Les autres cas ne changent ny la reſolution, ny la conſtruction, & la condition du Ploblеme ſera cauſe que des trois lignes homologues au poids & aux deux puiſſances, on pourra touſiours former vn triangle qui ſeruira à la compoſition.

ADVERTISSEMENT.

En ce Probleme il pourra arriuer qu'ayant trouuee la ligne de direction F A, elle paſſera par le lieu de l'vne des puiſſances donnees. auquel cas cette puiſſance & le poids ſeront en meſme lieu, & la meſme puiſſance n'aura point beſoin de chorde : mais il faudra qu'elle agiſſe par vne ligne de direction perpendiculaire à l'vn des coſtez du triangle C F B, ou C F I : ſçauoir à celuy qui eſt homologue au poids. Comme ſi le lieu d'vne puiſſance eſtant C, l'autre eſtoit A, & qu'apres auoir formé le triangle C F B ou C F I, la ligne de direction F A paſſaſt par le lieu de la puiſſance A : il faudroit poſer le poids en A auec la puiſſance, laquelle en ce cas agiroit par la ligne de direction A B vers B, ou par la ligne de direction I A R vers R, ſelon que le triangle ſeroit C F B ou C F I. Quand à la puiſſance C, elle tireroit par la chorde C A. Il pourra auſſi arriuer que la ligne de direction trouuée ne paſſera pas entre les lieux des deux puiſſances donnees, mais au delà : auquel cas le Probleme ſera impoſſible par deux chordes, mais poſſible par vne chorde & vn appuy : comme nous demonſtrons en noſtre Mechanique. Enfin il pourra arriuer en la conſtruction qu'ayant formé le triangle duquel les trois coſtez ſerõt homologues au poids & aux deux puiſſances, le coſté C B, ou celuy qui part de la puiſſance C, & eſt homologue au poids, eſtant prolongé paſſera par les deux puiſſances, comme ſi l'autre puiſſance eſtoit B : auquel cas du poinct B ſur la ligne C B on eſleuera la perpendiculaire B A laquelle dans la ligne de direction F A donnera le lieu du poids A, & la chorde de la puiſſance B, ſera B A. Que ſi ce coſté qui part de la puiſſance C & eſt homologue au poids, paſſe au deſſus ou au deſſous de la ligne menee aux deux puiſſances; alors de l'autre puiſſance on menera ſur le meſme coſté prolongé, s'il eſt beſoin, vne perpendiculaire, laquelle coupera la ligne de direction F A, & donnera le lieu du poids.

COROLLAIRE.

Quand donc la ligne de direction trouuee paſſe entre les lieux des deux puiſſances donnees, le triangle de la conſtruction eſtant C F B, ayant l'angle F C B aigu, il eſt clair que la figure de quatre coſtez C F B A eſt inſcriptible en vn cercle, partant les chordes C A, & A B Q feront angle aigu au poinct A au deſſous des deux puiſſances. Que ſi le triangle de la conſtruction eſtoit rectangle, comme C F A, ce qui arriueroit ſi le lieu d'vne puiſſance eſtant C, l'autre lieu eſtoit quelque part dans la ligne A O 3, & le poids & les deux puiſſances homologues aux trois coſtez d'vn triangle rectangle; alors les

chordes C A, & A O feroient l'angle droict C A O au poinct A au dessous des deux puissances. Enfin si le triangle de la construction est C F I ayant l'angle F C I droict ou obtus, la figure de quatre costez C F A I sera inscriptible en vn cercle, partant l'angle C A I esgal à l'angle C F I, sera aigu; & par consequent l'angle C A R compris par les chordes C A & A R sera obtus au dessous de la ligne C R menee d'vne puissance à l'autre. Donc en tous cas les deux chordes font tousiours vn angle, & iamais ne concurrent entre-elles directement, & l'angle qu'elles font, auquel est le poids, est tousiours au dessous de la ligne droicte menee d'vne puissance à l'autre.

La construction de ce Probleme, ses determinations, & tous ses cas sont demonstrez plus au long en nostre Mechanique.

SCHOLIE VI.

Au commencement de la troisiesme Proposition nous auons supposé que l'angle C A F fut aigu : ce que nous auons fait, d'autant que des deux angles que les cordes font auec la ligne de direction F A, l'vn doit tousiours estre aigu, autrement tous deux seroient obtus, ou l'vn droict & l'autre obtus, ou tous deux droicts. Or tous deux ne peuuent pas estre obtus, les chordes estant parfaictement flexibles, comme nous les supposons. Car si l'vne des chordes estoit A Y faisant l'angle obtus F A Y, & l'autre chorde A T faisant l'angle obtus F A T, le poids estant A, & les puissances Y, T, lors par la commune cognoissance, tāt s'en faut que les puissances auec leurs chordes soustinssent le poids A, qu'au contraire elles le tireroiēt à bas. Il en sera de mesme si l'vn des angles est droict, & l'autre obtus. Partant toute la difficulté reuient là, à sçauoir si tous les deux angles que les chordes font auec la ligne de direction F A, peuuēt estre droicts, auquel cas les deux chordes seroient en ligne droicte l'vne auec l'autre, par la 14. Prop. du 1. d'Euclide, ce qui est impossible : Car, si faire se peut, soit l'vne des chordes C F, l'autre Q F, le poids F, & les puissances C Q, les deux angles C F A, & Q F A estant droicts à la ligne de direction F A, & que les puissances C, Q soustiennēt le poids F sur la chorde droicte C F Q. Alors, par le 4. Scholie precedent estant donné le poids F, & sa ligne de direction F A, auec les lieux des puissances C, Q, on pourra dās la ligne F A, trouuer le lieu où le poids F estant posé sera soustenu sur deux chordes par deux puissances, desquelles l'vne sera si grande que l'on voudra, mesmes plus grande que les deux C, Q prises ensemble, lesquelles on pretend soustenir le poids A. Soit donc ce lieu V, auquel le poids estant posé soit soustenu sur les chordes C V, Q V par deux puissances, desquelles l'vne, comme 4, soit tant de fois qu'on voudra plus grande que les deux C, Q prises ensemble. Or les chordes feront angle au dessous de la ligne C Q par le 2. Corollaire du 4. Scholie precedent, lequel angle soit C V Q. Donc les puissances 4, Q qui soustiennent vn poids par les chordes C Q & Q V lesquelles font angle au poinct V, seroient beaucoup plus grandes que les puissances C, Q qui soustiennent le mesme poids sur les chordes C F & F Q posee en ligne droicte, ce qui est absurde, par le Coroll. du 3. Scholie de la 3. Prop. Et partant il est aussi absurde que les deux puissances C, Q telles qu'on voudra, puissent soustenir le poids F sur la chorde droicte C F Q. Ainsi les angles que les chordes font auec la ligne de direction du poids, ne peuuent estre tous deux droicts, ny tous deux obtus, ny l'vn droict & l'autre obtus ; reste

donc que l'vn soit aigu, comme il a esté posé au commencement de la 3. Prop. Par la mesme raison on demonstrera qu'vn poids ne peut estre soustenu sur vne chorde droicte parfaictement flexible, quelles que soient les puissances qui tireront par les bouts de la chorde, & en quelque position que ce soit la mesme chorde, pourueu qu'elle ne soit pas vnie à la ligne de direction du poids, comme si la chorde est C A T, les puissances C, T, & le poids A, les puissances C, T quelles qu'elles soient, ne pourront soustenir le poids A sur la chorde droicte C A T.

COROLLAIRE.

Si vne chorde est droicte, & parfaictement flexible, & que sur icelle on pose vn poids ou vne puissance telle qu'on voudra, la chorde ne pourra demeurer droicte, mais il faudra ou que les puissances qui retiennent la chorde par les bouts cedent, quelles qu'elles soient, ou que la chorde s'alonge, ou qu'elle rompe, si elle n'est infiniment forte. C'est ce que l'experience fait voir tous les iours aux chordes, lesquelles mesmes ne sont pas parfaictement flexibles, comme celles des instrumens de Musique, lesquelles encore qu'elles soient bandees auec telle sorte qu'on voudra, toutefois vne puissance extremement petite les fait plier, & partant sonner. La mesme chose se voit encore aux Danceurs de chordes, desquels la chorde plie aussi-tost qu'ils sont dessus, quoy qu'elle soit bandee auec de grandes forces, & que de soy-mesme elle ne soit gueres flexible. Nous voyons aussi la mesme chose aux cheuaux qui font monter vn bateau sur la riuiere, lesquels, quoy que souuent ils soient vn grand nombre & forts, ne peuuent faire venir en ligne droicte la chorde par laquelle ils tirent. Et pour empescher que les chordes qui sont bandees, & attachees à des arrests, ne rompent à chaque coup, la nature a fait que toutes, ou la plusspart, sont capables de s'alonger ; & ainsi en cedant à la puissance qui les tire, elles se conseruent mieux. Et lors qu'elles sont en tel estat qu'elles ne peuuent plus s'alonger, pour peu qu'on les tire, elles rompent.

SCHOLIE VII.

De ce que dessus on peut apprendre la fabrique d'vn instrument fort simple, par le moyen duquel vne puissance soustiendra vn tres-grand fardeau. Car soient C, Q deux poulies, par dessus lesquelles passe la chorde K C Q E, aux deux bouts de laquelle soient pendus les fardeaux K, E, & soit la puissance F tirant la chorde C Q, par la ligne de direction F A perpendiculaire à la mesme chorde C Q ; il est clair que si la chorde est flexible aux endroits des poulies C, Q, & de telle nature qu'elle ne puisse s'alonger, que la puissance F la tirant vers A, la fera plier, & partant la faisant passer par dessus les poulies, fera monter les fardeaux K, E iusques à quelque interualle : mais souuent cet interualle est fort petit, & la puissance au commencement descend beaucoup plus que les fardeaux ne montent : c'est pourquoy pour faire monter les fardeaux bien haut il faudroit aller à plusieurs reprises. Pour cette raison cet instrument seruiroit mieux où il ne seroit besoin que d'arracher quelque corps qui tiendroit à vn autre, puis que sa principale force gist au commencement, ce qui est requis en arrachant. Et pour empescher que la chorde C Q ne s'alonge, ce qui principalement pourroit eluder la vigueur de l'instrumẽt, on la pourra faire d'vne chaisne

de fer depuis C iusques en Q : ou bien C F & F Q seront deux barres de fer, ou de bois, iointes au poinct F par vn anneau, pour faire le ply au poinct F : mais les portions de la chorde, qui passeront par dessus les poulies, seront meilleures estant d'vne matiere bien flexible, comme de bon chanvre, lequel apres auoir seruy quelque temps, s'alonge peu ou point. Le reste des chordes vers les bouts où sont attachez les fardeaux, lequel reste ne doit point passer par dessus les poulies, sera meilleur d'estre de fer ou de bois, afin qu'il ne puisse s'alonger. On pourra faire aussi que l'vn des bouts de la chorde soit attaché à vn arrest, comme C, puis la chorde ayant passé par dessus la poulie Q, on luy attachera le fardeau E que l'on veut arracher & mouuoir de son lieu, la puissance estant en F, auec les conditions & precautions susdites. Ie laisse aux iudicieux beaucoup de choses qui se peuuent inuenter sur ce subject pour amplifier les vsages de cet instrument, & le rendre commode, tant pour seruir seul, qu'auec d'autres; entre lesquelles choses celle-cy ne sera pas de peu d'vtilité, que les poulies C, Q soiẽt suffisamment esloignees l'vne de l'autre, afin que la chorde C Q soit longue: non que ie veuille dire de là, que la puissance aura plus de force : mais il arriuera qu'vne mesme puissance enleuera le fardeau plus haut, à proportion que la chorde sera plus longue depuis C iusques en Q. Ie diray encore qu'à la coniunction F y ayant deux anneaux, on pourra les ioindre par vn troisiesme anneau fait en coin ayant la pointe en haut, lequel coin soit fort long & aigu, & qu'en sa partie inferieure soit attachee vne chorde par laquelle la puissance tirera de F vers A, ce qui aidera beaucoup. Et quand C sera vn arrest, & Q vne poulie, si on prend vn leuier duquel l'arrest soit C, auquel leuier soit attaché l'anneau fait en coin qui est en F, & que le leuier soit plus long que C F le plus qu'on pourra vers Q, puis que la puissance pese ou tire perpendiculairement sur le bout du leuier qui est vers Q, ce sera pour arracher vne force presque inuincible ; & encore plus, si la puissance pour tirer par le bout du leuier, se sert de la rouë & de l'essieu, ou d'vne viz, comme en quelques pressoirs. Mais il faut, auant que tirer, auoir fait bander la chorde C Q E tant qu'on pourra, afin qu'elle ne puisse en s'alongeant, eluder la plus grande vigueur de l'instrument, laquelle vigueur est au commencement. Il faut aussi que les pilliers qui soustiennent les poulies, & les arrests, soient assis sur vn fondemẽt ferme, & qui ne puisse s'enfoncer, afin que les poulies ou arrests ne puissent changer de lieu. Partant cet instrument ne seruira de rien sur vn vaisseau qui nagera sur l'eau. Au reste il peut aussi bien seruir estant plat qu'estant esleué sur l'Horizon, & n'importe que la puissance qui tire la chorde C F Q par la ligne de direction F A, tire vers A, ou au contraire vers le poinct 13. pour ce qu'il s'en ensuiura tousiours vn mesme effect.

SCHOLIE VIII.

Nous auons remarqué sur le subject d'vn poids pendu à deux chordes, vne chose qui nous a pleu beaucoup ; laquelle est telle, que quand le poids est ainsi soustenu par deux puissances, les raisons estant comme il a esté demonstré en la 3. Prop. le poids ne peut monter ny descendre que la proportion reciproque des chemins auec le poids & les puissances ne soit changee, & contre l'ordre commun, comme si le poids est posé en A sur les chordes C A & Q A soustenuës par les puissances C, Q, ou K, E, le poids estant aux puissances comme les perpendiculaires C B & Q G sont aux lignes C F & Q D, ainsi il a esté dit en la

3. Prop. ou comme C Q est aux lignes Q C & Q V, par le premier Scholie de la mesme Prop. si au dessous du poids A, dans sa ligne de direction, on prend quelque ligne comme A P, il arriuera que si le poids A descend iusques en P, tirant auec soy les chordes & faisant monter les puissances K, E, il y aura reciproquement plus grande raison du chemin que les puissances feront en montant, au chemin que le poids fait en descendant, que du mesme poids aux deux puissances prises ensemble; ainsi les puissances monteroient plus à proportion, que le poids ne descendroit en les emportant, qui est contre l'ordre commun. Que si au dessus du poids A, dans sa ligne de direction, on prend vne ligne, comme A, V, & que le poids monte iusques en V, les chordes montants aussi emportees par les puissances K E qui descendent, il y aura reciproquement plus grande raison du chemin que le poids fera en montant, au chemin que les puissances feront en descendant, que des deux puissances prises ensemble, au poids : ainsi le poids monteroit plus à proportion que les puissances ne descendroient en l'emportant, ce qui est encore contre l'ordre commun, dans lequel le poids ou la puissance qui emporte l'autre, fait tousiours plus de chemin à proportion, que le poids ou la puissance qui est emportee. Or que les raisons des chemins que feroient le poids A & ses puissances en montant, & descendant, soient telles que nous venons de dire, & contre l'ordre commun, on en trouuera la demonstration dans nos Mechaniques, car elle est trop longue pour estre mise icy. Partant le poids A en subsistant & demeurant en son lieu, par les raisons de la 3. Prop. demeure aussi dans l'ordre commun, ce que nous voulions remarquer.

SCHOLIE IX.

Quand vn poids est pendu librement à vne chorde, & que l'on veut le mouuoir à costé iusques à vn lieu assigné, auquel il peut aller demeurant tousiours suspendu à sa chorde, on peut trouuer facilement la puissance requise, de laquelle mesmes le lieu sera assigné. Car soit le poids A lequel ayant esté librement pendu par vne chorde attachee au poinct C, doiue estre mené iusques en A, la chorde estant C A. Si donc on demande la moindre puissance de toutes celles qui peuuent mener le poids iusques au lieu assigné A, il est clair que ce sera celle qui tirera par la ligne A O 3 perpendiculaire à la chorde C A, laquelle puissance sera O ou 3, comme il a esté demonstré au Scholie de la 2. Prop. car il faut la mesme force que pour soustenir le poids sur le plan incliné L N 2, en la place duquel est substituee la chorde C A par le Scholie du 3 axiome; ou, ce qui est de mesme, il faut la mesme force que pour tenir la balance C A en equilibre, tirant par la chorde A O 3, laquelle puissance est moindre que si on tire par vne autre chorde, comme par la chorde A Q ou A R. Mais si le lieu de la puissance est assigné, comme Q, O, ou R; alors la puissance Q, O, ou R se trouuera par la 3. Prop. veu que ce sont deux chordes C A & Q A ou R A qui soustiennent le poids A. Il se peut aussi demonstrer sans recourir plus loing, que la puissance O, ou 3 est la moindre de toutes celles qui peuuẽt soustenir le poids A en l'estat où il est. Car soit vne autre puissance Q, ou R, desquelles nous auons si souuent parlé. Donc le poids A est à la puissance O comme A C & C F, & le poids A est à la puissance Q comme B C à C F; & le poids A à la puissance R comme C I & à C F, par la 3. Prop. mais la raison de C A à C F est plus grande que de C B à C F, ou que de C I à C F; puisque A C est plus grande que C B ou que C I; partant la raison du poids A à la puissance O est plus grande que du mesme poids A la puissance Q, ou R; & par consequent la puissance O est moindre que la puissance Q, ou R.

FIN.